Probabilistische Sicherheitsanalyse turmartiger Bauwerke unter aerodynamischer Beanspruchung

Doktorarbeit
zur
Erlangung des Grades
Doktor-Ingenieur
der
Abteilung für Bauingenieurwesen
der Ruhr-Universität Bochum

von
Hans-Joachim Schaub
Wuppertal

Bochum 1981

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41549615_0030

Probabilistische Sicherheitsanalyse turmartiger Bauwerke unter aerodynamischer Beanspruchung

Doktorarbeit
zur
Erlangung des Grades
Doktor-Ingenieur
der
Abteilung für Bauingenieurwesen
der Ruhr-Universität Bochum

von
Hans-Joachim Schaub
Wuppertal

Bochum 1981

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

Doktorarbeit eingereicht am: 29.06.1981
Tag der mündlichen Prüfung : 10.12.1981

Berichter:
Prof.Dr.-Ing.Dr.-Ing. E.h. Wolfgang Zerna
Priv.-Doz. Dr.-Ing. H.-J. Niemann

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand in den Jahren 1976 bis 1981 während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Assistent am Institut für Konstruktiven Ingenieurbau der Ruhr-Universität Bochum und wurde von der dortigen Abteilung für Bauingenieurwesen als Dissertation angenommen.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Professor Zerna für die Anregung zu dieser Arbeit, seine ständige Unterstützung sowie für die Übernahme des Referates.

Herrn Dr. Niemann danke ich recht herzlich für die Übernahme des Korreferates.

Dezember 1981 Hans-Joachim Schaub

Inhaltsverzeichnis

		Seite
1.	Einleitung	6
	1.1 Problemstellung	6
	1.2 Überblick und Ziel der Arbeit	8
2.	Grundlagen der probabilistischen Sicherheitsanalyse eines Bauwerks	13
	2.1 Der Begriff der Wahrscheinlichkeit	13
	2.2 Die Basisvariablen und deren Verbunddichte	16
	2.3 Grenzzustände	19
	2.4 Die Zuverlässigkeitsstruktur eines Bauwerks	21
	2.4.1 Versagenskomponenten	21
	2.4.2 Beschreibung der Zuverlässigkeitsstruktur mit Systemfunktionen	23
	2.4.2.1 Allgemeine Eigenschaften von Systemfunktionen	23
	2.4.2.2 Parallelsysteme	24
	2.4.2.3 Seriensysteme	25
	2.5 Anwendung auf turmartige Bauwerke	27
3.	Die Struktur des natürlichen Windes	28
	3.1 Allgemeines	28
	3.2 Die mittlere Windgeschwindigkeit	31
	3.2.1 Profil der mittleren Windgeschwindigkeit	31
	3.2.2 Extremwertverteilungen	35
	3.3 Atmosphärische Turbulenz	40
	3.3.1 Häufigkeitsverteilung und Turbulenzintensität	40
	3.3.2 Leistungsspektrum der Windgeschwindigkeitsschwankungen	42
	3.3.3 Kreuzkorrelation und Kohärenz	49
4.	Stochastische Belastung des Bauwerks durch den Wind	54
	4.1 Beziehung zwischen Windgeschwindigkeit und Windlast	54
	4.2 Leistungsspektrum der Windlast	56
	4.3 Kreuzleistungsspektrum der Windlast	59

Seite

5. Die Reaktion turmartiger Bauwerke 62
5.1 Allgemeines 62
5.2 Eigenfrequenzen und Eigenformen 64
5.3 Randomschwingungen 67
5.3.1 Systemantwort bei stochastischer Einzellast 67
5.3.2 Systemantwort bei stochastischer Windbelastung 71
5.3.3 Berechnung des Antwortspektrums 75

6. Aerodynamische Beanspruchung als statistische Basisvariable 82
6.1 Mittelwert und Standardabweichung eines Biegemomentes 82
6.2 Verteilungs- und Dichtefunktion 84
6.3 Berücksichtigung der projektierten Nutzungsdauer 86
6.4 Abhängigkeit der Standardabweichung von der mittleren Windgeschwindigkeit 88

7. Der Grenzzustand der Tragfähigkeit 91
7.1 Allgemeines 91
7.2 Die Basisvariablen der Werkstoffestigkeiten 92
7.2.1 Beton 92
7.2.2 Betonstahl 95
7.3 Geometrische Basisvariable 97
7.3.1 Bezeichnungen 97
7.3.2 Imperfektionen der Bauausführung 98
7.3.2.1 Einflußfaktoren und vorliegende Untersuchungsergebnisse 98
7.3.2.2 Querschnittsabmessungen 99
7.3.2.3 Lage der Bewehrung 99
7.3.3 Querschnittsfläche der Bewehrung 101
7.4 Einfluß der Normalkraft 102
7.5 Grenzzustand eines Kreisring-Querschnitts 104

Seite

8. Die Berechnung der Komponenten-Versagenswahrscheinlichkeit 108
8.1 Problemformulierung 108
8.2 Numerische Integration der Verbunddichte 110
8.2.1 Konventionelle Monte-Carlo-Verfahren 110
8.2.1.1 Allgemeine Eigenschaften 110
8.2.1.2 Crude-MC Verfahren 111
8.2.1.3 Verwerfungsmethode 113
8.2.1.4 Abschätzung der Genauigkeit 114
8.2.2 Verfahren mit varianzreduzierender Technik 116
8.2.2.1 Prinzip des Verfahrens 116
8.2.2.2 Trennung in Vor- und Hauptberechnung 118
8.3 Vergleichende Betrachtung 121

9. Zuverlässigkeitsstruktur turmartiger Bauwerke 123

10. Beispiel - 275 m hoher Industrieschornstein 130

11. Zusammenfassung 133

12. Bezeichnungen 135

13. Literaturverzeichnis 141

1. Einleitung

1.1 Problemstellung

Hohe, turmartige Bauwerke, wie Fernsehtürme, Industrieschornsteine, Masten u.ä. werden neben ihrem Eigengewicht vor allem durch horizontal wirkende Windkräfte beansprucht. Sieht man einmal von Gebieten seismischer Aktivität ab, bestimmen diese Windlasten weitgehend die Abmessungen solcher Bauwerke. Die wirklichkeitsnahe Erfassung dieser Beanspruchung hat daher große Bedeutung hinsichtlich der Wirtschaftlichkeit und Standsicherheit.

Erhöhte Umweltschutzforderungen bezüglich der Emmission von Schadstoffen haben in den letzten Jahren dazu geführt, daß Industrieschornsteine mit ständig größeren Höhen errichtet wurden. Dabei werden Höhen von 300 m und darüber erreicht und stellen keine Ausnahme mehr dar. Eine ähnliche Tendenz ist beim Bau von Fernseh- bzw. Fernmeldetürmen festzustellen. Wirtschaftlichkeit bei der Verdichtung des postalischen Netzes im Zusammenhang mit der höhenabhängigen Reichweite der Anlagen ist hier der ausschlaggebende Gesichtspunkt. Deterministische Berechnungsverfahren mit der Erfassung der Windbelastung als statische Ersatzlast sind bei schlanken Bauwerken dieser Abmessungen nicht mehr geeignet, die wirklichen Verhältnisse im natürlichen Wind zu erfassen. Messungen an turmartigen Bauwerken haben gezeigt, daß die Auslenkungen im böigen Wind regellos sind. Eine sinnvolle Berechnung der Bauwerksreaktionen muß daher neben der dynamischen Wirkung auch den Zufallscharakter dieser Kräfte berücksichtigen. Die Belastung ist also im allgemeinen stochastisch und muß mit den Mehtoden der Statistik erfaßt werden.

Vor allem bei Bauwerken, die ein hohes Gefährdungspotential besitzen, wird in zunehmendem Umfang die Frage nach der Zuverlässigkeit gestellt. Dabei zeigt sich, daß die Gesellschaft diesen Begriff mehr intuitiv denn mathematisch konkret der eigenen Risikobereitschaft gegenüberstellt. Es fehlen also weitgehend die geeigneten Vergleichsgrößen für eine

relativierte Aussage. Außerdem sind die für eine probabilistische Sicherheitsanalyse erforderlichen statistischen Parameter vielfach nur näherungsweise bekannt.
Die Windbelastung turmartiger Bauwerke hingegen ist in den letzten Jahren eingehend untersucht worden. Ihre stochastischen Eigenschaften können dabei als weitgehend bekannt angesehen werden. Es bietet sich daher an, diese Art von Tragwerken einer genaueren probabilistischen Analyse zu unterziehen. Im Gegensatz zur Sicherheitsphilosophie konventioneller Bemessungsmethoden, welche die Dimensionierung eines Bauwerkes im wesentlichen durch eine voneinander unabhängige Bemessung von Einzelelementen bzw. Querschnitten vornimmt, muß eine derartige Untersuchung die Zuverlässigkeitsstruktur des Bauwerks mit berücksichtigen. Sie darf sich daher nicht auf die statistische Beschreibung der Belastung beschränken, sondern muß vielmehr die Beanspruchbarkeit des Gesamtsystems in das Konzept mit einbeziehen.

1.2 Überblick und Ziel der Arbeit

Klassische Verfahren zur Berechnung von windbeanspruchten Bauwerken setzen eine statisch wirkende Last an, die im Rahmen der bisherigen Erfahrungen selten und nur noch geringfügig überschritten wird.

Erwartet man eine dynamische Bauwerksreaktion im Resonanzbereich, so wird ein idealisierter, periodischer Zeitverlauf der Erregung angesetzt, für den unter Berücksichtigung des Eigenschwingungsverhaltens des betrachteten Bauwerks ein dynamischer Beiwert ermittelt wird. Nach Ansätzen von RAUSCH /1/ und SCHLAICH /2/ lassen sich auf diese Weise statische Ersatzlasten angeben, welche die extremalen Beanspruchungen des dynamischen Vorgangs näherungsweise erfassen.

Berechnungsmethoden, die den Zufallscharakter des böigen Windes berücksichtigen, gehen im wesentlichen zurück auf DAVENPORT/3/.

Ursprünglich in den vierziger Jahren angewandt auf die Übertragung elektrischer Signale wurden die Methoden zur Analyse von Zufallsprozessen und deren Übertragung durch Systeme von Davenport zu Beginn der sechziger Jahre in die Berechnung windbeanspruchter Tragwerke eingeführt. Bei diesem Konzept wird der Mittelwert der Windgeschwindigkeit innerhalb eines bestimmten Zeitabschnittes getrennt von den turbulenten Geschwindigkeitsschwankungen. Während die Geschwindigkeits-Mittelwerte statische Bauwerksreaktionen erzeugen, die mit konventionellen Berechnungsverfahren ermittelt werden können, führt die überlagerte Turbulenz zu dynamischen Beanspruchungen, bei denen die Momentanwerte der zufälligen Schwankungen um den statischen Mittelwert streuen. Die Übertragung der statistischen Parameter erfolgt dabei in Frequenzbereich mit Hilfe der sogenannten Spektralmethode.

Aufbauend auf dem Davenport'schen Konzept entstanden zur Anwendung auf konkrete Bauwerke verschiedene Arbeiten. KÖNIG und ZILCH /29/ verglichen Ergebnisse der Spektralmethode mit den klassischen Verfahren von Rausch und Schlaich sowie mit den

"Richtlinien für die Berechnung und Bemessung hoher dünnwandiger Türme aus Stahlbeton" /30/. PETERSEN untersuchte "aerodynamische und seismische Einflüsse auf die Schwingungen insbesondere schlanker Bauwerke in /12/. Zahlreiche Messungen an ausgeführten Schornsteinen und Fernsehtürmen überprüften zusätzlich die Anwendbarkeit des theoretischen Konzepts auf die Wirklichkeit. Am Münchner Fernsehturm wurden ausführliche Untersuchungen sowohl der Windstruktur als auch der Bauwerksreaktionen durchgeführt (/22/, /48/). NIESER /13/ verglich Meßergebnisse eines Industrieschornsteins mit theoretischen Werten der stochastischen Berechnungsmethode unter Berücksichtigung der Höhenkorrelation der Windgeschwindigkeitsschwankungen und mit deterministischen Verfahren nach /1/ und /2/. Dynamische Windwirkungen auf Naturzugkühltürme untersuchte NIEMANN /28/ im Hinblick auf ein praktikables Sicherheitskonzept.

Durch die Messungen wurde die Brauchbarkeit des stochastischen Konzepts von Davenport im Grundsatz bestätigt. Es zeigte sich, daß vor allem bei kleineren Bauwerkseigenfrequenzen deterministische Verfahren unzulänglich sind. Viele der zur Berechnung der Bauwerksbeanspruchungen erforderlichen Parameter ließen sich in ihrer Allgemeingültigkeit zahlenmäßig erhärten, wenngleich festgestellt werden muß, daß in Teilbereichen zusätzliche Untersuchungen erforderlich sind. Das gilt vor allem für das Problem der Querschwingungen und die Erfassung der Besonderheiten bei Gruppen- oder Reihenanordnung von turmartigen Bauwerken.

Bei der Zuverlässigkeitsbeurteilung aerodynamisch belasteter Bauwerke interessiert neben den turbulenzbedingten dynamischen Reaktionen innerhalb des für die mittlere Windgeschwindigkeit festgelegten Bezugszeitraumes die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten dieser mittleren Windgeschwindigkeit innerhalb der projektierten Lebensdauer der Bauwerke. CASPAR /14/ veröffentlichte 1970 eine umfangreiche Auswertung maximaler Windgeschwindigkeiten in der Bundesrepublik Deutschland und teilte das Gebiet der Bundesrepublik hinsichtlich der Häufigkeit maximaler Windgeschwindigkeiten

in 5 Zonen ein. DAVENPORT /6/ zeigte, daß die Grundgesamtheit der mittleren Windgeschwindigkeiten einer Weibull-Verteilung gehorcht. Es läßt sich dann nachweisen, daß die Extremwerte der Grundgesamtheit dann einer Fisher-Tippet Typ I Verteilung (GUMBEL) folgen /18/. SCHUELLER und PANGGABEAN haben in /15/ für verschiedene Orte, die typisch sind für die 5 Zonen der von Caspar vorgeschlagenen Einteilung des Bundesgebietes, Daten ausgewertet und Extremwertverteilungen angepaßt. Damit steht ein akzeptables Modell zur Extrapolation der Beobachtungszeiträume zur Verfügung. Die probabilistische Betrachtungsweise der Zusammenhänge im Bauwesen geht zurück vor allem auf Arbeiten von FREUDENTHAL(/7/ bis /9/). Sie sind abgeleitet aus den Grundlagen der mathematischen Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung, wie sie von LAPLACE /10/, v. MISES und KOLMOGOROFF /11/ entwickelt wurden.

Kolmogoroff schuf mit seinen bekannten drei Axiomen der Wahrscheinlichkeit die Möglichkeit, diesen Begriff mathematisch zu erfassen und zahlenmäßig darzustellen. Aus der Erkenntnis, daß sowohl die Belastung eines Tragwerks wie die verschiedenen Komponenten seiner Tragfähigkeit Zufallsvariable sind, folgt, daß Aussagen hinsichtlich der Sicherheit nur mit den Mitteln der Statistik gemacht werden können.

Zur Ermittlung der hierfür erforderlichen Parameter liegen bezüglich der Materialeigenschaften von Beton und Stahl zahlreiche statistische Analysen vor. So finden sich Angaben über die Druckfestigkeit von Beton sowie die zu erwartende Standartabweichung z.B. bei RÜSCH /31/ oder SCHICKERT und RACKWITZ /32/. Untersuchungen an Betonstahl wurden z.B. von KNAPPE und RACKWITZ /35/ und von JÄNICHE /36/ durchgeführt. Hinsichtlich der statistischen Kenngrößen der sogen. geometrischen Parameter wie Querschnittsabmessung, Lage der Bewehrung (aus Herstellungsimperfektionen) und Bewehrungsquerschnitt fehlen Untersuchungen speziell bei turmartigen Bauwerken fast völlig. Hier ist man auf eine sinnvolle Übertragung von Ergebnissen anderer Bauwerke angewiesen, wie sie in der Literatur z.B. bei KRELL in /37/, RUDERSDORF in /38/ oder bei MAASS und RACKWITZ in /39/ wiedergegeben sind.

Zur praktischen Berechnung der Versagenswahrscheinlichkeit von Stahlbeton-Bauteilen wurde anfangs die Zuverlässigkeitstheorie 1. Ordnung bei Linearisierung der Grenzzustandsgleichungen und Normalisierung der Zufallsvariablen benutzt (vgl. /40/ und /41/. Integrationsverfahren mit Hilfe der Monte-Carlo-Methode wurden mit dem Einsatz größerer Rechenanlagen möglich und fanden Anwendung im Bauwesen z.B. bei KNAPPE in /43/. Einen Algorithmus zur Verringerung der Rechenzeiten mit Hilfe einer varianzreduzierenden Technik gibt GALLAHER in /45/ an.

Probabilistische Untersuchungen von turmartigen Bauwerken beschränken sich bislang auf die Beurteilung der Zuverlässigkeit gegenüber der Überschreitung einer bestimmten Beanspruchungsgröße.

Die Beanspruchbarkeit geht in diese Betrachtung rein deterministisch ein und ist bezogen auf als voneinander unabhängig betrachtete Einzelquerschnitte. KALTOFEN hingegen zeigte in /46/, welche Bedeutung die Berücksichtigung der Zuverlässigkeitsstruktur eines Gesamtbauwerks bei einer umfassenden Sicherheitsanalyse besitzt.

Das Ziel dieser Arbeit ist daher die Berechnung der Zuverlässigkeit turmartiger Bauwerke infolge aerodynamischer Belastung unter Zugrundelegung eines Konzeptes,bei dem die verschiedenen Zufallsvariablen sowohl der Beanspruchung als auch der Beanspruchbarkeit statistisch gleichartig behandelt werden. Besondere Bedeutung kommt dabei der Analyse der Zuverlässigkeitsstruktur der Gesamtkonstruktion zu. Die Zuverlässigkeitsaussage ist grundsätzlich abhängig vom jeweiligen Standort und der projektierten Nutzungsdauer des Bauwerks.

Zunächst wird die Verwendung Boole'scher Elemente zur Abbildung des Gesamtsystems auf eine logische Zuverlässigkeitsstruktur diskutiert und gezeigt, unter welchen Voraussetzungen sich das Problem auf die Betrachtung diskreter Versagenskomponenten zurückführen läßt.

Auf der Grundlage des derzeitigen Erkenntnisstandes bezüglich der Struktur des natürlichen Windes werden dann die Reaktionen des Tragwerks infolge der aerodynamischen Belastung mit Hilfe der Spektralmethode ermittelt. Die Untersuchungen beschränken sich dabei auf die dominierenden Schwingungen des Tragwerks in Windrichtung.

Die verschiedenen bauwerksspezifischen Zufallsvariablen werden zusammen mit den Variablen der Beanspruchung einer Grenzzustandsbetrachtung zugeführt, bei der ein mehrdimensionales Integral mit nicht glatten Begrenzungsflächen entsteht. Für die numerische Lösung des Problems kommt ein Monte-Carlo-Verfahren mit varianzreduzierender Technik zur Anwendung. Mit Hilfe einer speziellen Zuverlässigkeitsstruktur turmartiger Bauwerke kann dann die Zuverlässigkeit der Gesamtkonstruktion angegeben werden. Die dargestellte Vorgehensweise ermöglicht außerdem den Entwurf einer aus sicherheitstheoretischer Sicht optimalen Konstruktion.

Die wesentlichen Rechenschritte und formalen Zusammenhänge werden dabei anschaulich dargestellt am Beispiel eines in Abschnitt 10 näher beschriebenen 275 m hohen Industrieschornsteins.

2. Grundlagen der probabilistischen Sicherheitsanalyse eines Bauwerks

2.1 Der Begriff der Wahrscheinlichkeit

Die klassische Definition der Wahrscheinlichkeit nach LAPLACE /10/ läßt den Ursprung der Wahrscheinlichkeitstheorie zu Anfang des 18. Jahrhundertserkennen, nämlich die Gewinnchancen bei Glücksspielen zu berechnen:

Bezeichnet m bei einem Zufallsexperiment (Spiel) die Zahl aller gleichmöglichen Fälle, und g die Zahl der Fälle, in denen ein bestimmtes Ereignis A (Gewinn) eintritt, so ergibt sich die Wahrscheinlichkeit P(A) für das Eintreten dieses Ereignisses zu

$$P(A) = \frac{g}{m}$$

Da jedoch bei den meisten technischen Problemen die Voraussetzung der Gleichwahrscheinlichkeit aller möglichen Ereignisse nicht erfüllt ist, müssen bei den Zufallsprozessen die Ereignisse bei wiederholtem Ablauf betrachtet und die "relative Häufigkeit" des interessierenden Ereignisses A ermittelt werden. Man schließt dann mit Hilfe verschiedener Wahrscheinlichkeitsverteilungsmodelle von der relativen Häufigkeit des Zufallsexperimentes auf die Wahrscheinlichkeit P (A) des Ereignisses A bezüglich der Grundgesamtheit.
Alle dabei durchgeführten Operationen gründen sich auf die drei Axiome der Wahrscheinlichkeitstheorie von KOLMOGOROFF/11/

Axiom I: Die Wahrscheinlichkeit P(A) für das Eintreten eines Ereignisses A wird beschrieben durch eine reelle, nicht negative Zahl gleich oder kleiner 1:

$$0 \leq P(A) \leq 1 \qquad (2.1)$$

Axiom II: Die Wahrscheinlichkeit für das sichere Eintreten des Ereignisses A ist gleich Eins:

$$P(S)=1 \tag{2.2}$$

Axiom III: Schließen sich zwei Ereignisse A und B gegenseitig aus (disjunkte Ereignisse), so gilt für die Wahrscheinlichkeit des Eintretens eines Ereignisses (entweder A oder B):

$$P(A \cup B)=P(A)+P(B) \tag{2.3}$$

Aus Axiom III, auch Additionssatz genannt, läßt sich weiterhin folgender Zusammenhang ableiten:

Bezeichnet A und $\hat{A}$ zwei Ereignisse, für die gilt

$$P(A \cup \hat{A})=P(A)+P(\hat{A})=1 \tag{2.4}$$

so bezeichnet man $\hat{A}$ als das Komplementärereignis zu A und die Wahrscheinlichkeit

$$P(\hat{A})=1-P(A) \tag{2.5}$$

ist gleich der Wahrscheinlichkeit für das Nichteintreten des Ereignisses A.

Wesentliche Bedeutung kommt dem Begriff der "bedingten Wahrscheinlichkeit" $P(B|A)$ zu. Sie gibt die Wahrscheinlichkeit für das Eintreten des Ereignisses B an unter der Bedingung, daß das Ereignis A bereits eingetreten ist:

$$P(B|A)=\frac{P(A \cap B)}{P(A)} \tag{2.6}$$

Daraus abgeleitet ergibt sich die Wahrscheinlichkeit für das gleichzeitige Eintreten zweier Ereignisse A und B (Multiplikationssatz) zu

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A) = P(B) \cdot P(A|B) \tag{2.7}$$

Statistische Unabhängigkeit" zwischen zwei Ereignissen A und B liegt demnach dann vor, wenn gilt

$$P(A|B) = P(A) \tag{2.8a}$$

bzw.

$$P(B|A) = P(B) \tag{2.8b}$$

Betrachtet man allgemein n statistisch unabhängige Ereignisse A_1, A_2, ... A_n, so ist die Wahrscheinlichkeit für das gleichzeitige Eintreten dieser Ereignisse also gleich dem Produkt der Wahrscheinlichkeiten der Einzelereignisse:

$$P(A_1 \cap A_2 \cap \ldots A_n) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot \ldots P(A_n) \tag{2.9}$$

2.2 Die Basisvariablen und deren Verbunddichte

Die Berechnung von Baukonstruktionen erfolgt auf der Grundlage mechanischer Gesetze, die für fest vorgegebene Eingangsgrößen formuliert sind. Die Feststellung, daß diese Eingangsgrößen also Bauwerksabmessungen, Werkstoffestigkeiten, Lasten usw. zufallsbedingt streuen, führt dazu, sie als stochastische Variable zu erfassen und ihre statistischen Eigenschaften zu beschreiben.
Diese Beschreibung erfolgt durch Wahrscheinlichkeitsverteilungen, $F_j(x_j)$, welche die Wahrscheinlichkeit dafür angeben, daß eine Realisation $\dot{x}_j$ ein vorgegebenes Niveau x_j nicht überschreitet.

$$F_j(x_j) = P(\dot{x}_j \leq x_j) \tag{2.10}$$

Entsprechend dem zweiten Kolmogoroff'schen Axiom Gl. (2.2) muß für die Verteilungsfunktion gelten

$$\lim_{x_j \to \infty} F_j(x_j) = 1 \tag{2.11}$$

Die Ableitung der Verteilungsfunktion $F_j(x_j)$ wird als Wahrscheinlichkeitsdichte $f_j(x_j)$ bezeichnet, so daß der Zusammenhang

$$F_j(x_j) = \int_{-\infty}^{x_j} f_j(x_j)\, dx_j \tag{2.12}$$

besteht.

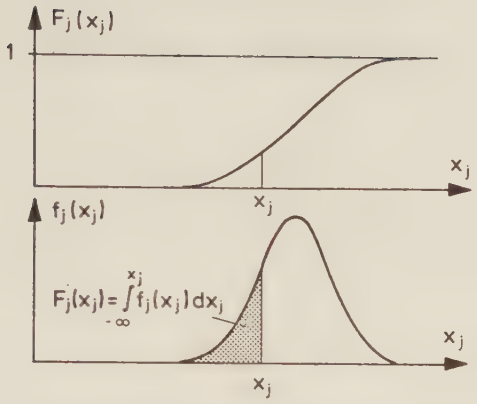


Bild 2.1: Verteilungs- und Dichtefunktion einer stochastischen Variablen

Die Art der Verteilung ist gekennzeichnet durch ihre Parameter: Der Mittelwert $\bar{x}_j$ oder Erwartungswert der Zufallsvariablen x_j ist definiert als

$$\bar{X}_j = \int_{-\infty}^{+\infty} X_j \cdot f_j(X_j)\,dX_j \qquad (2.13)$$

Das Maß für die Streuung der Variablen x_j wird durch die Varianz σ^2 beschrieben. Sie ist definiert als Erwartungswert des Abweichungsquadrates

$$\sigma^2 = E\left[(X_j - \bar{X}_j)^2\right] \qquad (2.14)$$

σ wird als Standardabweichung bezeichnet.

Variable, deren Varianz gleich Null ist, werden als deterministische Größen bezeichnet. Ihre Verteilungsfunktion nimmt dann die Gestalt einer Sprungfunktion an, die Dichtefunktion wird zu einer Deltafunktion.
Wird im weiteren von Basisvariablen gesprochen, so sollen

damit allein die stochastischen Variablen gemeint sein. Alle übrigen Größen werden als deterministisch vorausgesetzt und der besseren Unterscheidung wegen nicht mehr als Variable bezeichnet.

Sind durch ein mechanisches Gesetz n verschiedene Basisvariable $x_1, x_2, \ldots x_n$ miteinander verknüpft, so erfolgt ihre statistische Beschreibung durch die n-dimensionale Verbundwahrscheinlichkeitsdichte $f(x_1, x_2, \ldots x_n)$. Man erhält sie durch Verallgemeinerung des Multiplikationssatzes Gl.(2.7) aus

$$f(x_1, x_2, \ldots x_n) = f_1(x_1) \cdot f_2(x_2|x_1) \cdot f_3(x_3|(x_1, x_2)) \cdot \ldots f_n(x_n|(x_1, \ldots x_n)) \qquad (2.15)$$

Sind die n Variablen statistisch voneinander unabhängig, können die bedingten Wahrscheinlichkeitsdichten ersetzt werden durch die Dichten der Grundgesamtheiten der Basisvariablen x_j:

$$f(x_1, x_2, \ldots x_n) = f_1(x_1) \cdot f_2(x_2) \cdot \ldots f_n(x_n) \qquad (2.16)$$

Gemäß Gl. (2.2) muß auch für die Verbunddichte gelten:

$$\int_{x_n=-\infty}^{+\infty} \cdots \int_{x_1=-\infty}^{+\infty} f(x_1, x_2, \ldots x_n)\, dx_1 dx_2 \ldots dx_n = 1 \qquad (2.17)$$

2.3 Grenzzustände

Die Ermittlung der Versagenswahrscheinlichkeit eines Bauwerks erfordert die Definition des Versagenszustandes. Nach RÜSCH /76/ versagt ein Bauwerk, "wenn es die ihm zugedachte Aufgabe nicht in zufriedenstellender Weise erfüllt".

Diese allgemeine Definition ist sehr weitreichend und beschränkt Versagen nicht allein auf den Einsturz des Bauwerks. Deshalb spricht man zutreffender vom Erreichen eines bestimmten Grenzzustandes und unterscheidet insbesondere im Stahlbetonbau Grenzzustände der Zerstörung durch Erreichen der Tragfähigkeit oder Auftreten von Instabilitäten von Grenzzuständen, welche die Nutzbarkeit des Bauwerks weitgehend einschränken, ohne daß zwangsläufig die Standsicherheit gefährdet ist. Solche Grenzzustände können erreicht werden z.B. durch das Auftreten zu großer Verformungen oder durch Rissweiten, die eine spezielle Tauglichkeit des Bauwerks, z.B. Dichtigkeit, nicht mehr gewährleisten.

Jeder der möglichen Grenzzustände erfordert seine Formulierung durch mechanische Gesetze in Abhängigkeit der vorhandenen n Basisvariablen x_j. Dementsprechend ergibt sich eine n-dimensionale Grenzzustandsfunktion $g(x_1, x_2, \dots x_n)$, die den gesamten Zustandsraum in einen Überlebensbereich und einen Versagensbereich unterteilt. Ordnet man allen Realisationen $\dot{x}_j$ des Überlebensbereichs einen Parameter KRIT = +1 und denen des Versagensbereichs entsprechend KRIT = -1 zu, so läßt sich die Versagenswahrscheinlichkeit als Integral der Verbunddichte über den Versagensbereich berechnen:

$$P_F = \int_{KRIT=-1} \dots \int f(x_1, x_2, \dots x_n)\, dx_1\, dx_2 \dots dx_n \qquad (2.18)$$

Bild 2.2 zeigt den Zusammenhang für ein zweidimensionales Problem. Die Versagenswahrscheinlichkeit ergibt sich dabei als Volumen des durch die Grenzzustandsfunktion $g(x_1, x_2)$ abgetrennten Wahrscheinlichkeitshügels der Verbunddichte $f(x_1, x_2)$.

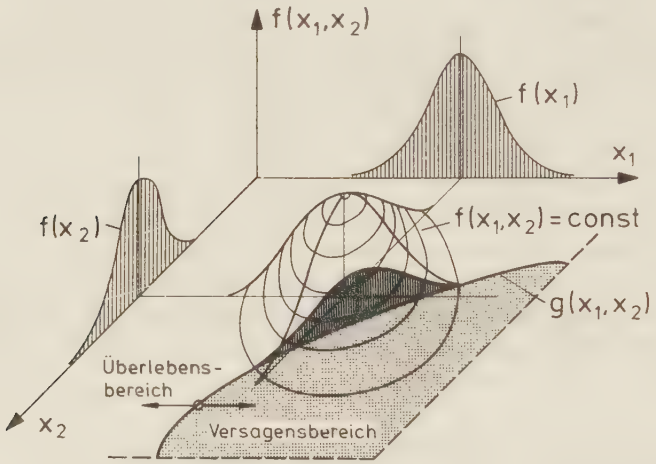


Bild 2.2 Ermittlung der Versagenswahrscheinlichkeit im zweidimensionalen Problem

Für die unterschiedlichen Arten von Grenzzuständen wird man aus wirtschaftlichen Gründen entsprechend der zu erwartenden Schadensfolgen unterschiedliche zulässige Versagenswahrscheinlichkeiten festlegen. Hier erschließt sich ein breites Tätigkeitsgebiet der Probabilistik, die Risikobereitschaft bestimmten Bauwerksgrenzzuständen gegenüber mit wirtschaftlichen Gesichtspunkten zu vereinbaren.

2.4 Die Zuverlässigkeitsstruktur eines Bauwerks

2.4.1 Versagenskomponenten

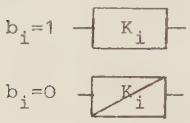
Die mechanische Formulierung von Grenzzuständen, insbesondere von Grenzzuständen der Tragfähigkeit, erfolgt in der Regel am einzelnen Tragwerksquerschnitt. Mit den Methoden der Statik werden lokale Beanspruchungen durch Schnittgrößen ermittelt und mit den vom Querschnitt aufnehmbaren Schnittgrößen verglichen. Sicherheitstheoretische Betrachtungen bei der Bemessung erfassen dabei lediglich die Versagenswahrscheinlichkeit des Einzelquerschnitts. Die Zuverlässigkeit eines komplexen Bauwerks kann jedoch nur dann erfaßt werden, wenn das Tragsystem mit berücksichtigt wird.

Analog zur Darstellung eines Bauwerks durch sein statisches System kann das Zuverlässigkeitsverhalten durch eine logische Struktur einzelner Versagenskomponenten idealisiert werden. Dabei sind allgemein als Versagenskomponenten solche Querschnitte anzusehen, deren Versagen, allein oder erst zusammen mit anderen, zum Versagen des Bauwerks führen können. Die Anzahl möglicher Versagenskomponenten ist zunächst unendlich groß, da grundsätzlich das Erreichen eines Grenzzustandes an einer beliebigen Stelle des Tragwerks möglich ist. Meistens gelingt jedoch eine Idealisierung durch einige wenige Komponenten zur Erfassung der Systemzuverlässigkeit/46/. Die Berücksichtigung der Systemzuverlässigkeit bei turmartigen Bauwerken erfordert hingegen zusätzliche Überlegungen, die in Abschnitt 9 behandelt werden.

Zunächst sollen einige Eigenschaften einer das System idealisierenden Zuverlässigkeitsstruktur beschrieben werden, wie sie in der Schaltelektronik bereits Verwendung finden (/77/, /78/):

Eine Versagenskomponente K_i wird danach beurteilt, ob sie im Sinne der Grenzzustandsdefinition funktionsfähig oder nicht funktionsfähig ist. Diese Eigenschaft ist mathematisch beschreibbar durch die Verwendung Boole'scher Variablen b_i, die jeder Versagenskomponente K_i zugeordnet werden.

Boole'sche Variable können entweder den Funktionswert 0 oder den Funktionswert 1 annehmen, so daß man für die einzelne Versagenskomponente festlegen kann:



Entsprechend wird eine Funktion

$$B(b_1, b_2, \ldots b_n)$$

von insgesamt n Boole'schen Variablen eine Boole'sche Funktion genannt, wenn sie nur die Werte 0 und 1 annehmen kann.

2.4.2 Beschreibung der Zuverlässigkeitsstruktur mit Systemfunktionen

2.4.2.1 Allgemeine Eigenschaften von Systemfunktionen

Mit Hilfe Boole'scher Funktionen läßt sich nun die Zuverlässigkeitsstruktur des Systems in Abhängigkeit der Funktionsfähigkeit seiner Komponenten beschreiben. Die Anzahl möglicher Boole'scher Funktionen läßt sich einschränken, wenn folgende technisch plausible Voraussetzungen getroffen werden:

1. Ein bereits nicht funktionsfähiges System kann nicht durch Ausfall einer weiteren Komponente wieder funktionsfähig werden

2. Wenn alle Komponenten funktionsunfähig sind, muß auch das System funktionsunfähig sein

3. Umgekehrt muß das System funktionsfähig sein, wenn alle Komponenten funktionsfähig sind.

Es ist einleuchtend, daß diese Voraussetzungen nur von nichttrivialen, monotonen Boole'schen Funktionen erfüllt werden, für die dann gilt:

$$B(b_1, b_2, \dots b_n)\big|_{b_i=0} \leq B(b_1, b_2, \dots b_n)_{b_i=1} \quad (i=1,2,\dots n) \tag{2.19}$$

$$B(0,0,\dots 0) = 0 \tag{2.20}$$

$$B(1,1,\dots 1) = 1 \tag{2.21}$$

Boole'sche Funktionen mit diesen Eigenschaften werden Systemfunktionen genannt und mit

$$S(b_1, b_2, \dots b_n)$$

bezeichnet.

Für das aus n Versagenskomponenten zusammengesetzte System gilt dann

$S(b_1, b_2, \dots b_n) = 1$ Das System ist funktionsfähig

$S(b_1, b_2, \dots b_n) = 0$ Das System ist nicht funktionsfähig

2.4.2.2 Parallelsysteme

Viele Systeme sind so konzipiert, daß die Funktionsunfähigkeit einer einzelnen Versagenskomponente nicht zwangsläufig zur Funktionsunfähigkeit des Gesamtsystems führt. Erst wenn mehrere Komponenten ausfallen, wird auch das Gesamtsystem funktionsunfähig. Solche Komponenten lassen sich durch eine Parallelschaltung gemäß Bild 2.3 darstellen

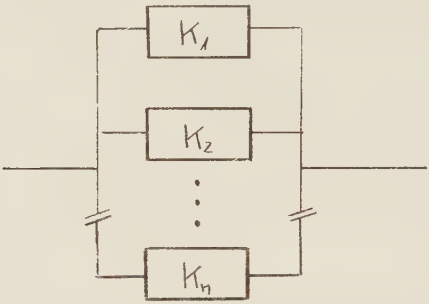


Bild 2.3. Parallelschaltung

Die zugehörige Systemfunktion lautet

$$S(b_1, b_2, \dots b_n) = 1 - (1-b_1)(1-b_2)\dots(1-b_n) = 1 - \prod_{i=1}^{n}(1-b_i) \quad (2.22)$$

welche nur dann zu Null wird, wenn alle Komponenten funktionsunfähig sind.

Ein solches Verhalten des Systems wird auch als Redundanz bezeichnet und bedeutet das Vorhandensein von Funktionsreserven. Man unterscheidet in diesem Zusammenhang sogenannte heiße Reserven von kalten Reserven. Im Gegensatz

zum ständigen Vorhandensein der heißen Reserven werden kalte Reserven erst dann belastet, wenn eine oder mehrere andere Komponenten ausgefallen sind. Im Bauwesen treten kalte Reserven nur sehr selten auf und werden hier nicht weiter behandelt.

2.4.2.3 Seriensysteme

Unter reinen Seriensystemen versteht man solche Systeme, bei denen bereits der Ausfall einer Komponente zur Funktionsunfähigkeit des Gesamtsystems führt

Bild 2.4 Reine Serienschaltung

Ihre Systemfunktion wird durch

$$S(b_1, b_2, \ldots b_n) = \prod_{i=1}^{n} b_i \qquad (2.23)$$

beschrieben und wird zu Null, wenn wenigstens ein b_i zu Null wird.

Nun können die einzelnen Komponenten K_i wiederum eigene Teilsysteme darstellen, die wenigstens eine Versagenskomponente oder aber auch eine Parallel- bzw. Serienschaltung weiterer Komponenten enthalten.

Man spricht in diesem Zusammenhang auch von einzelnen Versagenskonfigurationen $\hat{K}_j$.

Die symbolische Darstellung des Gesamtsystems ist dann eine Kombination von Serien- und Parallelschaltungen (Bild 2.5)

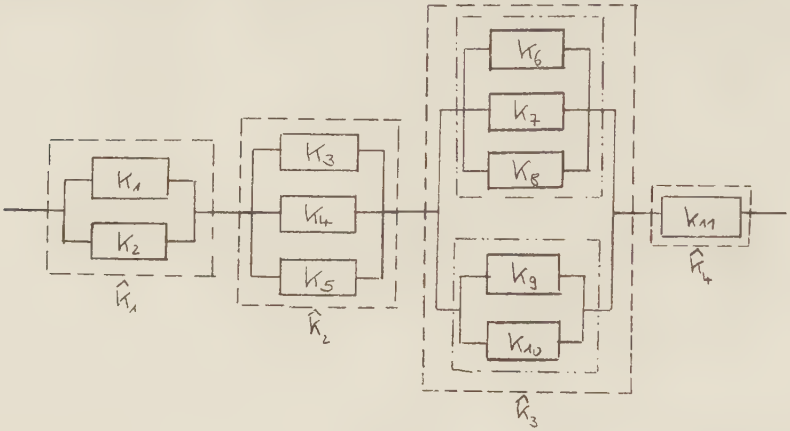


Bild 2.5: Boole'sche Gesamtstruktur als Serienschaltung verschiedener Versagenskonfigurationen (Teilstrukturen)

Auf diese Weise läßt sich prinzipiell jedes System als Serienschaltung einzelner Teilstrukturen darstellen.

2.5 Anwendung auf turmartige Bauwerke

Um nun auf der Grundlage der vorab dargestellten Methoden speziell die Zuverlässigkeit turmartiger Bauwerke ermitteln zu können, müssen im weiteren die Kriterien für die Funktionsfähigkeit bzw. -unfähigkeit zusammengestellt werden. Dazu gehört zum einen die wahrscheinlichkeitstheoretische Erfassung der Beanspruchung des Bauwerks durch den Wind (Abschnitt 3 bis 6), zum anderen die Untersuchung des Grenzzustandes der Tragfähigkeit in Abhängigkeit der stochastischen Natur der bauwerkseigenen Basisvariablen (Abschnitt 8). Wird ein Querschnitt des Turmschaftes als potentielle Versagenskomponente angesehen, wird die Komponenten-Versagenswahrscheinlichkeit mit dem in Abschnitt 8 dargestellten Verfahren berechnet. Die Systemzuverlässigkeit ergibt sich schließlich aus der Betrachtung der Boole'schen Gesamtstruktur des Bauwerks (Abschnitt 9).

3. Die Struktur des natürlichen Windes

3.1 Allgemeines

Der Wind entsteht aus einer durch Luftdruckunterschiede hervorgerufenen Höhenströmung. Die Strömungsgeschwindigkeit der bodennahen Luftschichten wird dabei durch die Reibung der Erdoberfläche entsprechend einer Strömungsgrenzschicht verzögert, so daß sie unmittelbar am Boden zu Null wird. Die damit verbundene Drehung der mittleren Windrichtung bleibt in aller Regel bei den Windlasten unberücksichtigt.

Eine wesentliche Eigenschaft der Strömung innerhalb der atmosphärischen Grenzschicht ist die Turbulenz. Sie ist überwiegend mechanisch erzeugt, so daß thermische Einflüsse, vor allem bei hier interessierenden starken Winden, vernachlässigt werden können.

Die turbulente Windgeschwindigkeit hat den Charakter einer Zufallsfunktion und muß insbesondere bei schwingungsempfindlichen Bauwerken, wie sie Schornsteine und Fernsehtürme darstellen, durch die Theorie der Zufallsprozesse erfaßt werden. Ihre Eigenschaften werden dann durch statistische Kenngrößen beschrieben, die eine Aussage über eine bestimmte Beanspruchung des Bauwerks nur mit einer entsprechenden Wahrscheinlichkeit zulassen. Auf diese Weise paßt sich die Beschreibung der Windlasten in das Konzept einer probabilistischen Sicherheitsanalyse ein und ermöglicht eine wirklichkeitsnahe Aussage über die Zuverlässigkeit der Konstruktion.

VAN DER HOVEN /16/ untersuchte das gesamte Spektrum der Windgeschwindigkeitsschwankungen (Bild 3.1).

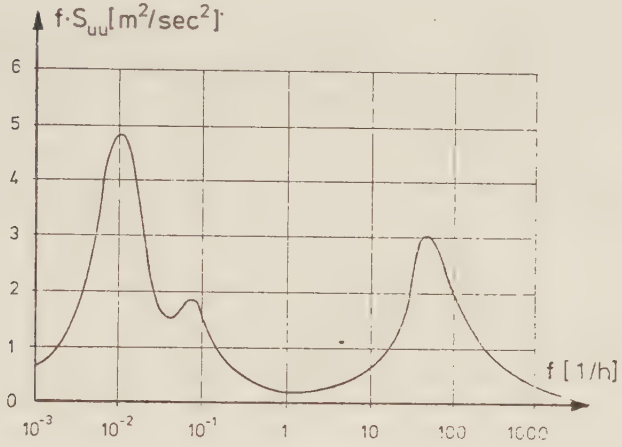


Bild 3.1: Spektrum der horizontalen Windgeschwindigkeiten nach VAN DER HOVEN /16/

Man erkennt ein ausgeprägtes Energieminimum im Periodenbereich von etwa 10 min bis zu 1 h, wodurch sich das Spektrum in zwei Teile zerlegen läßt. Der linke Teil kennzeichnet das langperiodische Wettergeschehen. Diesen Windgeschwindigkeitsschwankungen können die Bauwerke unmittelbar folgen, so daß die daraus resultierenden Beanspruchungen statischer Natur sind. Im rechten Teil des Spektrums sind die höherfrequenten Schwankungen der eigentlichen Turbulenz enthalten. Diese rufen zeitlich veränderliche Lasten hervor, die quasistatisch wirken, wenn sie langsam erfolgen oder aber dynamisch wirken, wenn sie mit den Eigenfrequenzen des Bauwerks in Resonanz geraten.

Die zeitlich veränderliche Windgeschwindigkeit U (t) wird daher zweckmäßigerweise aufgespalten in eine mittlere Windgeschwindigkeit $\bar{U}$ und in eine turbulente Zusatzgeschwindigkeit u (t):

$$U(t) = \bar{U} + u(t) \qquad (3.1)$$

Als Mittlungsintervall T zur Bestimmung von $\bar{U}$ wird üblicherweise ein Zeitraum von 10 Minuten zugrundegelegt. (In der Meteorologie wird vielfach auch das 1 h Mittel benutzt).

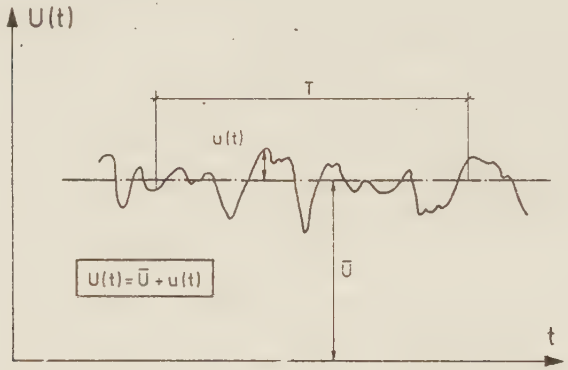


Bild 3.2: Aufspaltung der Windgeschwindigkeit

Die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten der statischen Beanspruchungen des Bauwerks infolge der mittleren Windgeschwindigkeit $\bar{U}$ muß einer geeigneten Windstatistik entnommen werden (vgl. Abschn. 3.2.2). Die meisten Wetterämter zeichnen langfristig die 10-Minuten Mittel der Windgeschwindigkeit auf, so daß hier zuverlässige Aussagen möglich sind.

Die Schwankungen um den statischen Mittelwert innerhalb des Mittlungsintervalls T werden durch eine dynamische Berechnung erfaßt, die die Ermittlung der Eigenfrequenzen und Eigenformen des Bauwerks voraussetzt. Grundlage ist die Dichte der Windturbulenz, wie sie in Abschnitt 3.3.2 behandelt wird.

3.2 Die mittlere Windgeschwindigkeit

3.2.1 Profil der mittleren Windgeschwindigkeit

In sehr großer Höhe über dem Boden verläuft die Luftströmung unbeeinflußt von den Verhältnissen in der atmosphärischen Bodengrenzschicht. Unterhalb einer bestimmten Höhe, der Gradientenhöhe, wird die Strömungsgeschwindigkeit verzögert, bis sie unmittelbar am Boden den Wert Null erreicht. Innerhalb dieser Strömungsgrenzschicht entsteht ein Grenzschichtprofil der horizontalen Windgeschwindigkeit, kurz das Windprofil.

Betrachtet man in der Natur gemessene Windprofile von Momentangeschwindigkeiten, so ist vorerst keine physikalische Gesetzmäßigkeit zu erkennen. Profile der zeitlichen Mittelwerte der Windgeschwindigkeiten zeigen jedoch eine deutliche Abhängigkeit von der Höhe.

Eine theoretische Herleitung von Geschwindigkeitsprofilen erfordert die Kenntnis des Schubspannungsverlaufs innerhalb der Grenzschicht. Diese infolge Bodenreibung und innerer Reibung auftretenden Schubspannungen zeigen an der Erdoberfläche ihren Maximalwert und sinken auf den Wert Null in der freien Atmosphäre ab. Dabei kann die Grenzschicht prinzipiell in zwei Bereiche unterteilt werden. In der inneren Grenzschicht nahe der Erdoberfläche kann die Schubspannung als konstant angenommen werden und die Corioliskraft vernachlässigt werden.

PRANDTL /17/ leitete unter diesen Voraussetzungen das sogenannte logarithmische Geschwindigkeitsprofil ab:

$$\frac{\bar{U}_z}{U_*} = \frac{1}{K} \ln \frac{z}{z_0} \qquad (3.2a)$$

mit

$$U_* = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}} \qquad (3.2b)$$

Hierin bedeutet K die Kármán'sche Konstante, deren Wert allgemein zu 0,4 angenommen wird, U_* die Schubspannungsgeschwindigkeit, z_0 die Rauhigkeitslänge und $\bar{U}_z$ die mittlere Windgeschwindigkeit in der Höhe z.
τ_0 bezeichnet die Schubspannung an der Erdoberfläche.

Das logarithmische Gesetz nach Prandtl kann jedoch nur in der inneren, bodennahen Grenzschicht, d.h. bei flachem Gelände bis zu einer Höhe von ca. 50 m, zufriedenstellend angewendet werden. Für die darüberliegende, äußere Grenzschicht bis zur Gradienthöhe ist es bislang noch nicht gelungen, auf rein theoretischem Wege eine wirklichkeitsnahe Gesetzmäßigkeit zu finden.

Man wendet daher für praktische Zwecke in der Regel das empirische Potenzgesetz nach Gl.(3.3) an:

$$\frac{\bar{U}_z}{\bar{U}_{z_0}} = \left(\frac{z}{z_0}\right)^{\gamma} \qquad (3.3)$$

Hierin wird die Windgeschwindigkeit $\bar{U}_z$ in der Höhe z bezogen auf eine Windgeschwindigkeit $\bar{U}_{z0}$ in der zunächst beliebigen Bezugshöhe z_0. Die meisten meteorologischen Messungen werden allerdings in der Standardbezugshöhe z=10 m durchgeführt, so daß sich die Windgeschwindigkeit $\bar{U}_z$ der Höhe z dann nach Gl. (3.3) ermitteln läßt zu

$$\bar{U}_z = \bar{U}_{10} \cdot \left(\frac{z}{10}\right)^{\gamma} \qquad (3.4)$$

Der Parameter q wird als Bodenrauhigkeits- oder Profilexponent bezeichnet und ist von der Beschaffenheit der Erdoberfläche abhängig. In Tabelle 3.1 ist er für verschiedene Geländetypen zahlenmäßig angegeben.

Geländestruktur	q	z_G	K
flaches, offenes Gelände	0,16	280	0,005
flache Bebauung, Waldgebiete, Vorstadtbebauung	0,28	400	0,015
Hochhausbebauung (Stadtkerne)	0,40	520	0,05

Tabelle 3.1 Abhängigkeit der Parameter q , z_G und K von der Geländestruktur

Vielfach wird ein Bezug der Windgeschwindigkeit auf die von der Bodenrauhigkeit unabhängige Gradientenwindgeschwindigkeit $\bar{U}_G$ benötigt. Dann wird in Gl. (3.3) z_o ersetzt durch die Gradienthöhe z_G, so daß sich Gl. (3.4) darstellt als

$$\bar{U}_z = \bar{U}_G \cdot \left(\frac{z}{z_G}\right)^q \qquad (3.5)$$

Für verschiedene Profilexponenten q ergibt sich dann eine jeweils andere Gradientenhöhe z_G.

In Bild 3.3 ist das Windprofil nach dem Potenzgesetz in normierter Form für verschiedene Profilexponenten q dargestellt.

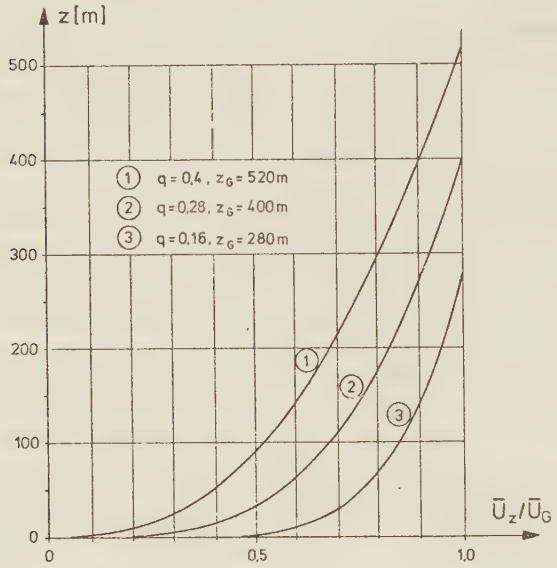


Bild 3.3: Verteilung der mittleren Windgeschwindigkeit über die Höhe

Zahlreiche Messungen weisen eine akzeptable Übereinstimmung der Meßergebnisse mit dem Potenzgesetz aus, so daß dieses Gesetz auch an dieser Stelle den numerischen Berechnungen zugrunde gelegt wird.

3.2.2 Extremwertverteilungen

Im Rahmen einer probalistischen Sicherheitsanalyse muß die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten der auf das Mittlungsintervall T bezogenen mittleren Windgeschwindigkeit bekannt sein. Wie bereits erwähnt, legt man in der Regel für T ein Zeitintervall von 10 min fest, beschreibt also die mittlere Windgeschwindigkeit als 10 min-Mittel.

Nun ist es nicht erforderlich, dieser statistischen Untersuchung die Grundgesamtheit aller 10 min-Mittel zugrunde zu legen, es genügt vielmehr, sich auf Extremwerte innerhalb bestimmter Zeiträume zu beziehen. Analog zur Festlegung des Sicherheitsniveaus in Form einer jährlichen Versagensrate ist es üblich, die Wahrscheinlichkeit der im Zeitraum eines Jahres beobachteten extremen mittleren Windgeschwindigkeiten zu betrachten.

Diese über mehrere Jahre gemessenen jährlichen Extremwerte der mittleren Windgeschwindigkeiten sind dann Zufallsgrößen, die eine Vorhersage der Wahrscheinlichkeit für das Erreichen bzw. Überschreiten einer bestimmten Intensität ermöglichen, wenn ihre Verteilungsfunktion bekannt ist.

DAVENPORT /6/ konnte zeigen, daß die Grundgesamtheit der mittleren Windgeschwindigkeiten einer Weibullverteilung folgt:

$$P(\bar{U}) = e^{-(\bar{U}/c)^k} \tag{3.6}$$

Es läßt sich dann mit Hilfe der statistischen Theorie der Extremwerte (vgl. hierzu GUMBEL /18/) zeigen, daß die Extremwerte dieser Grundgesamtheit einer Fisher-Tippet-Typ I Verteilung (auch Gumbelverteilung) genügen:

$$F_I(\bar{U}) = \exp\left\{-\exp\left[-\alpha(\bar{U} - \hat{U})\right]\right\} \tag{3.7}$$

Hierin stellt $\hat{U}$ den Modalwert und α das Maß der Streuung dar.

Trägt man $F_I(\bar{U})$ im zweifach logarithmischen und $\bar{U}$ im linearen Maßstab auf, so stellt sich der funktionale Zusammenhang als Gerade dar.

Liegen nun für den geplanten Standort des Bauwerks genügend Jahresextremwerte der mittleren Windgeschwindigkeit vor, so lassen sich diese mit Hilfe der Methode der kleinsten Fehlerquadrate der Gumbelverteilung anpassen. $F_I(\bar{U})$ gibt dann die Wahrscheinlichkeit für das Nichterreichen bzw. Nichtüberschreiten der mittleren Windgeschwindigkeit $\bar{U}$ an. Umgekehrt läßt sich die Wahrscheinlichkeit für das Erreichen bzw. Überschreiten von $\bar{U}$ durch $1-F_I(\bar{U})$ beschreiben. Es sei erwähnt, daß für eine zuverlässige Anpassung wenigstens 15 Jahresextremwerte vorliegen sollten.

Die Dichtefunktion der Gumbelverteilung erhält man aus der Ableitung von Gl (3.7) nach $\bar{U}$ zu

$$f_I(\bar{u}) = \frac{dF_I(\bar{U})}{d\bar{u}} = \alpha \exp\left\{-\alpha(\bar{u}-\hat{u}) - \exp\left[-\alpha(\bar{u}-\hat{u})\right]\right\} \qquad (3.8)$$

Da die Fisher-Tippet-Typ I Verteilung, wie man leicht erkennt, auch negative Werte von $\bar{U}$ zuläßt, also einen Bereich miterfaßt, der physikalisch unsinnig ist, wird vielfach eine andere Extremwertverteilung, die Fisher-Tippet-Typ II (auch Fréchet-Verteilung) benutzt:

$$F_{II}(\bar{u}) = \exp\left[-(\hat{u}/\bar{u})^{K}\right] \qquad (3.9)$$

In dieser Gleichung ist $\hat{U}$ der sogenannte charakteristische Wert und der Parameter K ein inverses dimensionsloses Maß der Streuung.

Die Vorbehalte gegenüber der Fisher-Tippet-Typ I Verteilung hinsichtlich der negativen Geschwindigkeiten sind jedoch in der Praxis numerischer Berechnungen unbegründet, da grundsätzlich nur endliche Intervalle verarbeitet werden können, programmintern also ohnehin eine obere und eine untere Schranke festgelegt werden muß. Für eine untere Schranke von $\bar{U}$=0 ergeben sich unter Berücksichtigung realistischer Größenordnungen der Parameter $\bar{U}$ und α für $F_I(\bar{U})$ sehr kleine Werte im Bereich kleiner als 10^{-60}. In der Regel wird die Gumbelverteilung wie außerdem bei allen übrigen statistischen Parametern auch, zur Verringerung der Rechenzeit noch auf wesentlich kleinere, für die numerische Berechnung relevante Intervalle gestutzt (vgl. hierzu auch Abschnitt 8.3.2).

Da sich vorliegende Jahresextremwerte eines bestimmten Standortes, bedingt durch die Installation des betreffenden Meßinstrumentes, immer auf die jeweilige Höhe über Gelände beziehen, ist bei der Verwendung von Gl (3.7) die zunächst unbestimmte Geschwindigkeit $\bar{U}$ durch die Geschwindigkeit $\bar{U}_{z_o}$ in der Bezugshöhe z_o (meistens z_o=10 m) zu ersetzen. Für andere Höhen z muß dann das Potenzgesetz nach Gl (3.3) benutzt werden.
Die Übertragung der ermittelten Parameter der Versuchsstation auf ein zu errichtendes Bauwerk setzt dabei natürlich voraus, daß die möglichen unterschiedlichen Einflußfaktoren wie Umgebungsbebauung uä entsprechend berücksichtigt werden.

Es ist einleuchtend, daß nicht für jeden möglichen Standort in der Bundesrepublik Daten für eine Extremwertverteilung vorliegen.
Man ist daher darauf angewiesen, Jahresextremwerte eines bestimmten Ortes als represäntativ anzusehen für ein hinsichtlich der statistischen Eigenschaften dieser Extremwerte vergleichbares, größeres Gebiet. Bereits CASPAR /14/ versuchte, die Bundesrepublik in fünf verschiedene Windzonen einzuteilen. KÖNIG und ZILCH erstellten in /19/ eine Windgeschwindigkeitskarte für Deutschland und gaben charakteristische Parameter für Extremwertverteilungen an. SCHÜELLER und PANGGABEAN trugen in /15/ Jahresextremwerte verschiedener Orte zusammen, die als repräsentativ angesehen werden können für die fünf Windzonen nach Caspar und paßten diese Daten den Extremwertverteilungen nach Gl. (3.7) und (3.9) an.

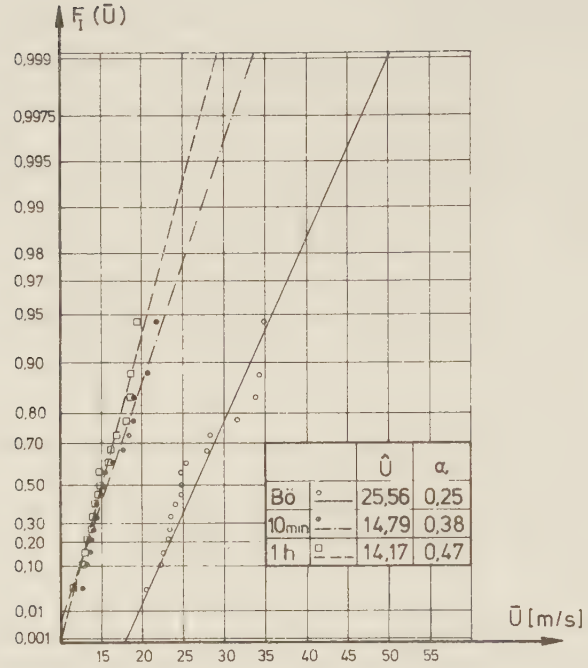


Bild 3.4: Anpassung der jährlichen maximalen Böen, Zehnminutenmittel und Stundenmittel an Extremwertverteilungen Fisher-Tippet-Typ I nach /15/. Meßstelle Hamburg (1951 - 1967)

Bild 3.4 zeigt die Anpassung der jährlichen extremalen 10 min-Mittel der Windgeschwindigkeiten für eine Meßstelle in Hamburg an die Fisher-Tippet-Typ I Verteilung nach /15/. Dieser Anpassung liegen insgesamt 17 Jahresextremwerte zugrunde. Die Bezugshöhe beträgt 10 m. Zum Vergleich sind die Extremwertverteilungen der 1 h-Mittel sowie der maximalen Bögeschwindigkeit (2 - 3 sec-Mittel) eingetragen

Interessiert man sich für die Wahrscheinlichkeit $F_T(\bar{U})$ mit der eine bestimmte mittlere Windgeschwindigkeit $\bar{U}$ innerhalb eines Zeitraums von T Jahren nicht überschritten wird, so ergibt sich unter der Annahme, daß die jährlichen Extremwerte statistisch unabhängig sind vom jeweiligen Vorjahreswert, d.h. nicht korreliert sind:

$$F_T(\bar{u}) = F(\bar{u})^T \tag{3.10}$$

T steht z.B. für die projektierte Nutzungsdauer eines Bauwerks, also in der Regel 30 oder 50 Jahre.

Ein weiterer Begriff soll an dieser Stelle aufgeführt werden, obwohl er für die Behandlung des vorliegenden Problems nicht direkt von Bedeutung ist: die sogenannte Rückkehrperiode. Sie ist definiert als

$$\bar{S}(\bar{u}) = \frac{1}{1 - F(\bar{u})} \tag{3.11}$$

und gibt den Zeitraum an, in welchem die Windgeschwindigkeit $\bar{U}$ im Mittel einmal überschritten wird.
Man spricht in diesem Zusammenhang auch vielfach vom sog. 50 bzw. 100 Jahreswind und meint damit die Windgeschwindigkeit, deren jährliche Wahrscheinlichkeit des Nichtüberschreitens 0,98 bzw. 0,99 beträgt.
Wegen der möglichen sinnverfälschenden Verwendung dieses Zeitraumbegriffs im Gegensatz zur projektierten Nutzungsdauer T nach Gl (3.10) wird er in dieser Arbeit nicht weiter benutzt.

3.3 Atmosphärische Turbulenz

3.3.1 Häufigkeitsverteilung und Turbulenzintensität

In Gleichung (3.1) wurde eine Aufspaltung der Windgeschwindigkeit U(t) in eine mittlere Geschwindigkeit $\bar{U}$, bezogen auf das Mittlungsintervall T, und eine turbulente Zusatzgeschwindigkeit u(t) vorgenommen. Bei diesen Schwankungen um den Mittelwert $\bar{U}$ handelt es sich um einen stochastischen Vorgang, dessen Wahrscheinlichkeitsdichte f(U) durch die Gauß'sche Normalverteilung beschrieben werden kann:

$$f(U) = \frac{1}{\sigma_u \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(U-\bar{U})^2}{2 \cdot \sigma_u^2}} \qquad (3.12)$$

mit $\bar{U}$ als dem Mittelwert der Zufallsfunktion U (t) und der Varianz σ_u^2.
Die zugehörige Verteilungsfunktion F (U) wird dann beschrieben durch

$$F(u) = \int_{-\infty}^{u} f(u)\,du = \frac{1}{\sigma_u \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{u} e^{-\frac{(u-\bar{U})^2}{2 \cdot \sigma_u^2}}\,dU \qquad (3.13)$$

Zahlreiche Windgeschwindigkeitsmessungen z.B. in /13/ und /22/ haben diese Eigenschaft ausreichend bestätigt.

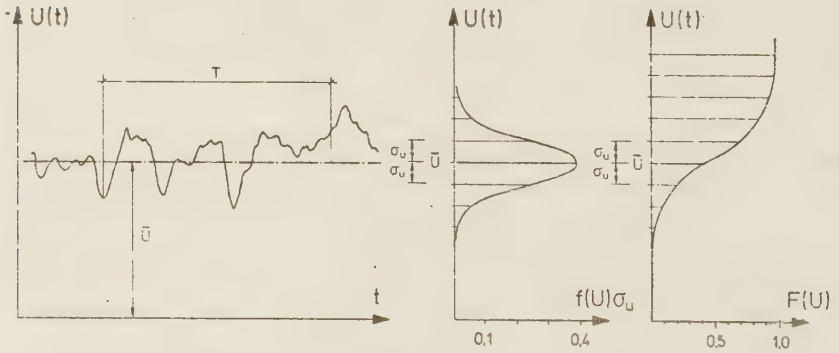


Bild 3.5: Wahrscheinlichkeitsverteilung der Windgeschwindigkeitsschwankungen (Gauß-Normalverteilung)

Wichtig ist dieser Sachverhalt insofern, als daß für die Antwortschwingungen des Bauwerks die gleichen Eigenschaften vorhanden sind, wenn bei der Berechnung der Übertragung der Erregerkräfte nur lineare Operationen durchgeführt werden.

Als Maß für die relativen Windgeschwindigkeitsschwankungen wird die Turbulenzintensität $I_{T,z}$ eingeführt. Sie ist definiert als

$$I_{T,z} = \frac{\sigma_u}{\bar{U}_z} \tag{3.14}$$

und in dieser Form abhängig von der Höhe z.

HARRIS gibt in /21/ für die Varianz die empirische höhenunabhängige Beziehung

$$\sigma_u^2 = 6 \cdot \kappa \cdot \bar{U}_{10}^2 \tag{3.15}$$

an, die eingesetzt in Gl (3.14), für die Turbulenzintensität unter Verwendung des Potenzgesetzes nach Gl (3.4) den Ausdruck

$$I_{T,z} = \frac{\sqrt{6 \cdot \kappa \cdot \bar{U}_{10}}}{\bar{U}_z} \tag{3.16}$$

liefert. K ist hier ein weiterer von der Bodenrauhigkeit abhängiger Parameter, der in Tabelle 3.1 in Abhängigkeit von der Geländestruktur angegeben ist.

Bild 3.6 zeigt den Verlauf der Turbulenzintensit $I_{T,z}$ über die Höhe für verschiedene Geländestrukturen entsprechend Tabelle 3.1.

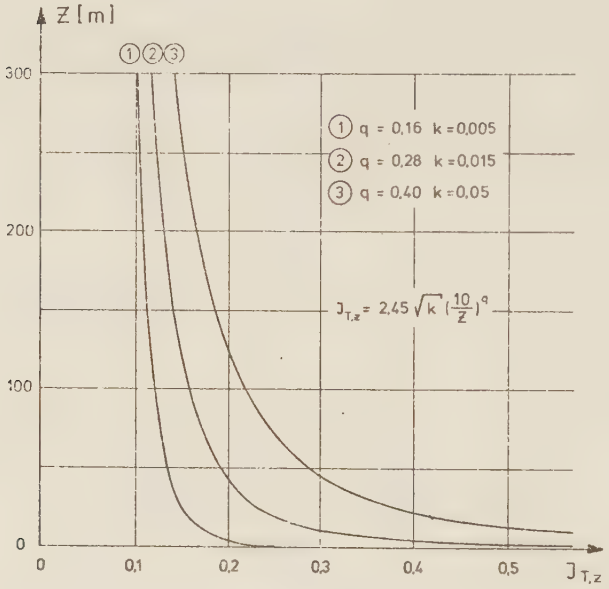


Bild 3.6 Turbulenzintensität $I_{T,z}$

3.3.2 Leistungsspektrum der Windgeschwindigkeitsschwankungen

Für die Beurteilung von Resonanzerscheinungen zwischen der Erregung und den Bauwerkseigenfrequenzen ist eine Angabe über die Verteilung der Erregungsenergie im Frequenzbereich erforderlich. Dies geschieht mit Hilfe der spektralen Dichtefunktion,oder kurz Leistungsspektrum, der Windgeschwindigkeitsschwankungen.

Das Spektrum $S_{uu}(f)$ ist die in den Frequenzbereich transformierte Darstellung der betrachteten Zeitfunktion u (t) der Windgeschwindigkeitsschwankungen innerhalb des Mittlungsintervalls T. Zunächst wird die Autokorrelationsfunktion

$$R_{uu}(\tau)=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T u(t)\cdot u(t+\tau)\,dt = \overline{u(t)\cdot u(t+\tau)} \qquad (3.17)$$

gebildet. Die spektrale Dichtefunktion $S_{uu}(f)$ ergibt sich dann als Fourier-Transformierte dieser Autokorrelationsfunktion:

$$S_{uu}(f)=2\int_{-\infty}^{+\infty} R_{uu}(\tau)\cdot e^{-i2\pi f\tau}\,d\tau \qquad (3.18)$$

Zur analytischen Beschreibung der Turbulenzenergie sind in der Vergangenheit verschiedene Ansätze publiziert worden, die bei der Überprüfung durch Meßergebnisse mehr oder weniger Bestätigung gefunden haben.

Das wohl am meisten verwendete Böigkeitsspektrum ist das von DAVENPORT /4/, welches sich in dimensionsloser Form folgendermaßen darstellt:

$$\frac{f \cdot S_{uu}(f)}{\sigma_u^2} = \frac{2}{3} \frac{\xi^2}{(1+\xi^2)^{4/3}} \tag{3.19}$$

mit

$$\xi = L \cdot \frac{f}{\bar{U}_{10}}$$

Darin ist $\bar{U}_{10}$ die mittlere Windgeschwindigkeit in der Höhe z = 10 m und L eine Bezugslänge, für die Davenport den konstanten Wert 1200 m einsetzt.

Einen modifizierten Ausdruck gibt HARRIS in /20/ an:

$$\frac{f \cdot S_{uu}(f)}{\sigma_u^2} = 0{,}6 \frac{\xi}{(2+\xi^2)^{5/6}} \tag{3.20}$$

Eine gute Übereinstimmung mit seinen Meßergebnissen erzielt er, indem er für die Bezugslänge L einen Wert von 1800 m einsetzt. In Bild 3.7 sind das Davenportsche und das Harris-Spektrum gegenübergestellt.

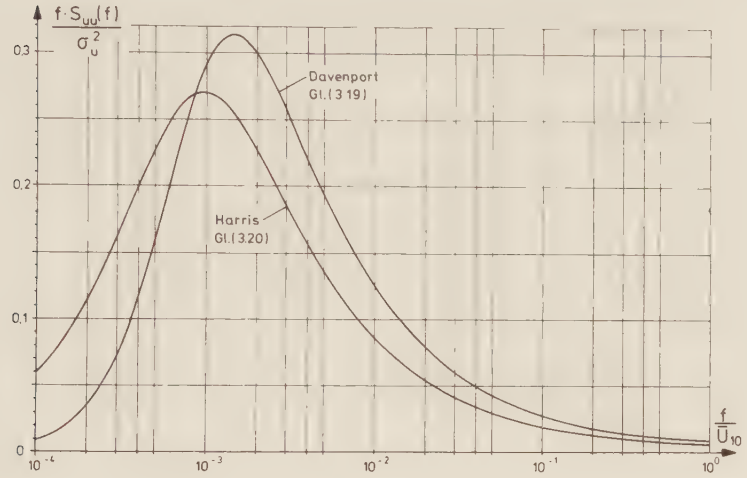


Bild 3.7 Turbulenzspektren nach DAVENPORT und HARRIS

Wie man sieht, sind beide Spektren unabhängig von der Höhe und der Windgeschwindigkeit. Die Auswertung von Windmessungen am Münchner Fernsehturm /22/, /23/ sowie die Messungen von DUCHENE-MARULLAZ /24/ zeigen jedoch, daß die normierten Turbulenzspektren auch von der Höhe, der Bodenrauhigkeit und der mittleren Windgeschwindigkeit abhängig sind.

HINO /25/ hat einen theoretischen Ausdruck entwickelt, der von der dissipierten Energie ausgeht:

$$\frac{f \cdot S_{uu}(f,z)}{\sigma_u^2} = 0{,}4751 \cdot \frac{\xi}{(1+\xi^2)^{5/6}} \tag{3.21}$$

mit

$$\xi = L \cdot \frac{f}{\bar{U}_{10}} \tag{3.22}$$

Die Abhängigkeit von der Höhe z und der Bodenrauhigkeit drückt sich in der Größe L aus:

$$L = \frac{(\sigma_u^2)^{3/2} \cdot 10}{0{,}0275 \cdot \alpha^3 \cdot \bar{U}_{10}^3} \left(\frac{z}{10}\right)^{1-4\alpha} \tag{3.23}$$

Einen weiteren höhenabhängigen Ansatz für das Turbulenzspektrum gibt SIMIU /26/ an:

$$\frac{f \cdot S_{uu}(f,z)}{u_*^2} = \frac{200 \cdot n}{(1+50n)^{5/3}} \tag{3.24}$$

mit

$$n = \frac{f \cdot z}{\bar{U}_z} \tag{3.25}$$

PRÖPPER /27/ erzielte eine sehr gute Anpassung seiner Meßergebnisse an das von TH. v. KARMAN vorgeschlagene Spektrum der Form

$$\frac{f \cdot S_{uu}(f)}{\sigma_u^2} = \frac{4 \cdot \xi}{(1+70{,}78\,\xi^2)^{5/6}} \tag{3.26}$$

wobei ξ definiert ist als

$$\xi = L_{ux}(z)\,\frac{f}{\bar{U}_z} \tag{3.27}$$

mit dem Integral-Längenmaß $L_{ux}(z)$, welches aus den Korrelationskoeffizientenfunktionen $\varrho_{uu}(\Delta x)$ mit dem Abstand Δx zweier Systempunkte gewonnen werden kann:

$$L_{ux}(z) = \int_0^\infty \varrho_{uu}(\Delta x)\,dx \tag{3.28}$$

NIEMANN schlägt für das höhenabhängige Integral-Längenmaß bei offenem Gelände ($\vartheta = 0{,}16$) einen auf Meßergebnissen gestützten Ansatz der Form

$$L_{ux}(z) = 72\left(\frac{z}{10}\right)^{0{,}36} \tag{3.29}$$

vor.

Welche der hier angegebenen empirischen Beziehungen die Spektraldichte der Windgeschwindigkeit am zutreffendsten beschreibt, kann an dieser Stelle nicht entschieden werden. Die Anwendbarkeit der einzelnen Spektren läßt sich jedoch grundsätzlich auf die Größe der verwendeten Bezugslänge reduzieren.

PANGGABEAN und WITTMANN versuchten daher in /23/, das Davenportsche Spektrum durch Variation der Größe L ihren Meßergebnissen optimal anzupassen. Dabei ergibt sich L als Funktion der Höhe der Bodenrauhigkeit und der mittleren Windgeschwindigkeit. Es zeigte sich aber auch, daß der von Davenport gewählte konstante Wert von L = 1200 m als brauchbarer Mittelwert anzusehen ist.

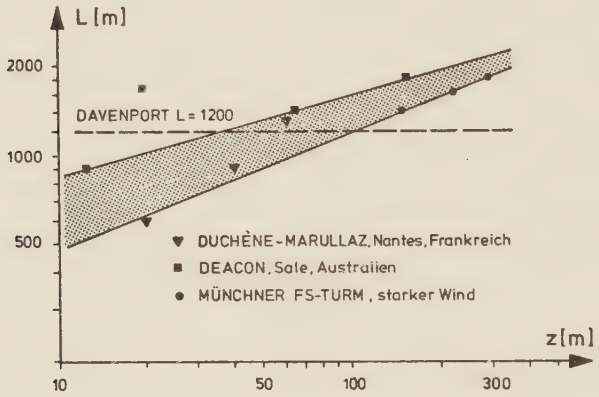


Bild 3.8 Anpassung des Davenport Spektrums durch Variation der Bezugslänge L in Abhängigkeit der Höhe z nach Daten aus /23/.

Im elektr. Rechenprogramm wurde das Turbulenzspektrum in der allgemeinen Form

$$\frac{f \cdot S_{uu}(f)}{\sigma_u^2} = a_1 \frac{\xi^{a_2}}{(a_3 + \xi^2)^{a_4}} \qquad (3.30)$$

mit

$$\xi = L \cdot \frac{f}{U_{10}} \qquad (3.31)$$

implementiert, so daß sich bei entsprechender Wahl der Konstanten a_i und der Bezugslänge L verschiedenartige Spektren berücksichtigen lassen.

3.3.3 Kreuzkorrelation und Kohärenz

Die vertikale Verteilung der horizontalen Windgeschwindigkeiten wurde mit Hilfe des Potenzgesetzes nach Gl. (3.3) beschrieben. Dieses gilt jedoch nur für die mittlere Windgeschwindigkeit, bei der ein Mittlungsintervall von $T \geqslant 10$ min vorliegen muß. Die augenblickliche Verteilung kann hingegen erheblich davon abweichen. Dabei treten die Windgeschwindigkeitsschwankungen in verschiedenen Höhen nicht gleichphasig auf, so daß bei einer dynamischen Berechnung die Beziehung zwischen den Erwartungswerten der Geschwindigkeiten in zwei verschiedenen Höhen berücksichtigt werden muß. Gesucht ist also der statistische Zusammenhang zwischen den beiden Prozessen $u_z(t)$ und $u_{z'}(t)$ der Höhenkoordinaten z und z'.

Die dazu notwendigen Informationen enthält die Kreuzkorrelationsfunktion in Abhängigkeit der Zeitverschiebung τ :

$$R_{uu'}(\tau) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_0^T u_z(t)\, u_{z'}(t+\tau)\, dt = \overline{u_z(t) \cdot u_{z'}(t+\tau)} \qquad (3.32)$$

Als Maß für die Korrelation wird der Kreuzkorrelationskoeffizient

$$\varrho_{uu'}(\tau) = \frac{R_{uu'}(\tau)}{\sqrt{R_{uu}(0)\, R_{u'u'}(0)}} \qquad (3.33)$$

gebildet. Betrachtet man den Abstand $|z - z'|$ zweier Höhenkoordinaten im Vergleich zu einem größeren Abstand $|z - z''|$, so stellt sich die Funktion der Kreuzkorrelationskoeffizienten entsprechend Bild 3.9 dar.

Die Schnittpunkte der Kurven mit der Ordinate bedeuten die reine Höhenkorrelation ($\tau = 0$).

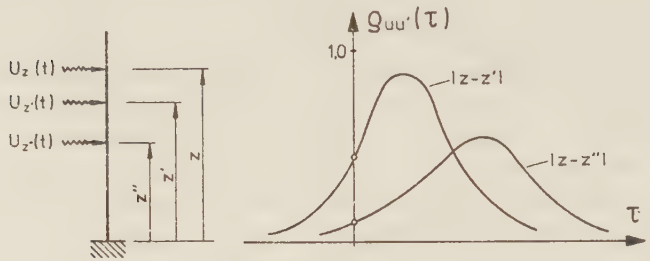


Bild 3.9: Kreuzkorrelationskoeffizienten

Die Darstellung im Frequenzbereich erfolgt durch Fourier-Transformation mit dem Kreuzkorrelationsspektrum:

$$S_{uu'}(f) = 2 \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} R_{uu'}(\tau)\, e^{-i2\pi f\tau}\, d\tau \qquad (3.34)$$

Im allgemeinen ist die Kreuzkorrelationsfunktion nicht symmetrisch, so daß sich das Kreuzspektrum komplex ergibt. Es kann in einem Realteil und einem Imaginärteil aufgespalten werden:

$$S_{uu'}(f) = Co_{uu'}(f) - i\, Qu_{uu'}(f) \qquad (3.35)$$

Hier stellt der Realteil $Co_{uu'}(f)$ das sog. Koinzidenzspektrum und der Imaginärteil $Qu_{uu'}(f)$ das Quadraturspektrum dar. Der Phasenwinkel $\varphi(f)$ in der komplexen Ebene beträgt dann

$$\varphi(f) = \arctan\left[-\frac{Qu_{uu'}(f)}{Co_{uu'}(f)}\right] \qquad (3.36)$$

so daß man $S_{uu'}(f)$ auch angeben kann durch

$$S_{uu'}(f) = |S_{uu'}(f)| \cdot e^{i\varphi(f)} \tag{3.37}$$

Üblich ist die Angabe des Kreuzkorrelationsspektrums in Form einer bezogenen, reellen Funktion, der Kohärenz Coh(f):

$$Coh(f) = \sqrt{\frac{|S_{uu'}(f)|^2}{S_{uu}(f) \cdot S_{u'u'}(f)}} = \sqrt{\frac{Co^2_{uu'}(f) + Qu^2_{uu'}(f)}{S_{uu}(f) \cdot S_{u'u'}(f)}} \tag{3.38}$$

DAVENPORT /47/ hat festgestellt, daß sich Meßergebnisse gut durch eine exponentielle Funktion der Form

$$Coh(f) = e^{-C_1 |z-z'| \frac{f}{\bar{u}_m}} \tag{3.39}$$

erfassen lassen. In dieser Gleichung ist C_1 ein von der Bodenrauhigkeit abhängiger Koeffizient, für den Werte zwischen 6,0 und 8,0 gefunden werden. PANGGABEAN zeigte in /48/, daß die Variation des Koeffizienten zwischen Werten von 4,0 und 10,0 keinen signifikanten Einfluß auf die theoretisch ermittelten Reaktionen hat. Es wird daher an dieser Stelle mit einem einheitlichen Wert von 7,0 gerechnet. $\bar{u}_m$ stellt die zwischen den Höhen z und z' gemittelte Windgeschwindigkeit dar:

$$\bar{u}_m = \frac{1}{2}\left[\bar{u}_z + \bar{u}_{z'}\right] \tag{3.40}$$

Der Phasenwinkel $\varphi(f)$ wird durch die lineare Beziehung

$$\varphi(f) = -C_2 \cdot (z-z') \frac{f}{\bar{u}_m} \tag{3.41}$$

erfaßt. Hier kann in guter Näherung ein mittlerer Wert von

10,0 für den Koeffizienten C_2 gewählt werden.

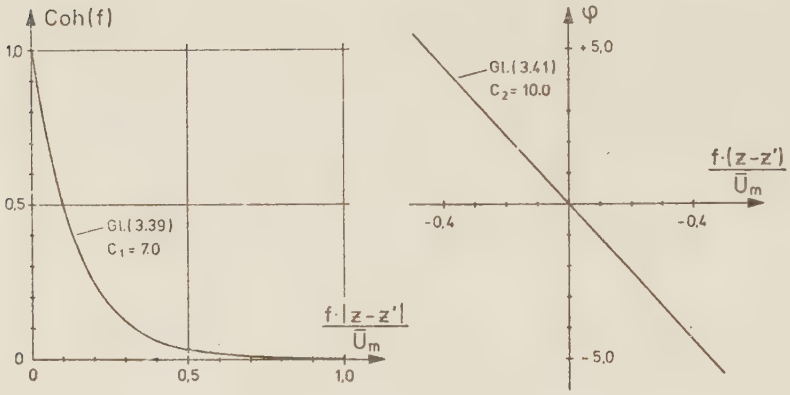


Bild 3.10 Kohärenzfunktion und Phasenwinkel

Mit Gl. (3.38) läßt sich für das Kreuzspektrum gemäß Gl. (3.37) schreiben als

$$S_{uu'}(f) = Coh(f)\sqrt{S_{uu}(f)\,S_{u'u'}(f)}\cdot e^{i\varphi(f)} \qquad (3.42)$$

Verwendet man für das Turbulenzspektrum eine höhenunabhängige Form z.B. nach DAVENPORT gemäß Gl. (3.19) oder nach Harris gemäß Gl. (3.20), so kann unter der Voraussetzung, daß näherungsweise auch die Varianz unabhängig von der Höhe ist,

$$S_{uu}(f) = S_{u'u'}(f)$$

gesetzt werden, so daß sich aus Gl. (3.42) vereinfachend ergibt:

$$S_{uu'}(f) = S_{uu}(f)\cdot Coh(f)\cdot e^{i\varphi(f)} \qquad (3.43)$$

Setzt man nun noch für die Kohärenzfunktion und den Phasenwinkel die Gesetztmäßigkeiten entsprechend Gl. (3.39) bzw. (3.41) ein, erhält man

$$S_{uu'}(f) = S_{uu}(f) \cdot e^{-c_1 |z-z'| \frac{f}{v_m}} \cdot e^{-i c_2 (z-z') \frac{f}{v_m}} \qquad (3.44)$$

4. Stochastische Belastung des Bauwerks durch den Wind

4.1 Beziehung zwischen Windgeschwindigkeit und Windlast

Setzt man eine stationäre Luftströmung mit konstanter Geschwindigkeit U voraus, so beschreibt das Newton'sche Widerstandsgesetz den Zusammenhang zwischen der auf einen starren Körper wirkenden Windkraft P und der Windgeschwindigkeit U:

$$P = \frac{1}{2} \varrho c_w U^2 A \qquad (4.1)$$

Hierin ist c_w ein experimentell zu bestimmender, von der Bauform abhängiger Beiwert, ϱ die Dichte der Luft und A die vom Luftstrom getroffene Projektionsfläche des Körpers.

Bislang ist es noch nicht gelungen, die auf ein Bauwerk ausgeübten Windlasten bei zeitlich veränderlicher Windgeschwindigkeit U (t) auf theoretischem Wege herzuleiten. Formelmäßige Zusammenhänge, wie sie u.a. von KEULEGEN u. CARPENTER /49/ oder DAVENPORT /3/ benutzt wurden, gründen sich daher im wesentlichen auf experimentelle Untersuchungen. Hiernach ergibt sich die Windlast in der Höhe z in Abhängigkeit der Zeit zu

$$P_z(t) = \frac{1}{2} \varrho c_w D_z U_z^2(t) + \varrho A_z c_M \dot{U}_z(t) \qquad (4.2)$$

Hierin haben ϱ und c_w die gleiche Bedeutung wie in Gl. (4.1), D_z ist der Durchmesser des Bauwerks in der Höhe z, A_z die Bezugsfläche der virtuellen Masse, an dieser Stelle die Querschnittsfläche in der Höhe z und c_M ein Beiwert der virtuellen Masse.

Spaltet man die Windgeschwindigkeit $U_z(t)$ gemäß Gl. (3.1) auf in eine mittlere Windgeschwindigkeit $\bar{U}_z$ und eine

turbulente Zusatzgeschwindigkeit ergibt sich aus Gl. (4.2) unter Vernachlässigung des quadratischen Gliedes $u_z^2(t)/\bar{U}_z^2$ für die Windkraft:

$$P_z(t) = \frac{1}{2}\varrho c_w D_z \bar{U}_z^2 + \varrho c_w D_z \bar{U}_z u_z(t) + \varrho A_z c_M \dot{u}_z(t) \qquad (4.3)$$

$$= \bar{P}_z + p_z(t)$$

Damit ist der statische Anteil der Windkraft $\bar{P}_z$ identisch mit dem Ausdruck nach Gl. (4.1) und der dynamische Anteil $p_z(t)$ kann im weiteren für die gesuchten dynamischen Bauwerksreaktionen allein betrachtet werden. Zu beachten ist allerdings, daß die turbulente Strömung einen anderen Widerstandsbeiwert c_w besitzt als die gleichförmige Strömung. Maßgebend für die Größe des c_w-Wertes ist die Reynolds-Zahl R. In Bild 4.1 ist der c_w-Wert für einen Kreiszylinder üblicher Oberflächenrauhigkeit in Abhängigkeit von der Reynoldszahl dargestellt. Turmartige Bauwerke liegen im überkritischen bis transkritischen Bereich mit Reynoldszahlen zwischen 10^6 und 10^7, so daß sich c_w-Werte zwischen 0,5 und 0,7 angeben lassen.

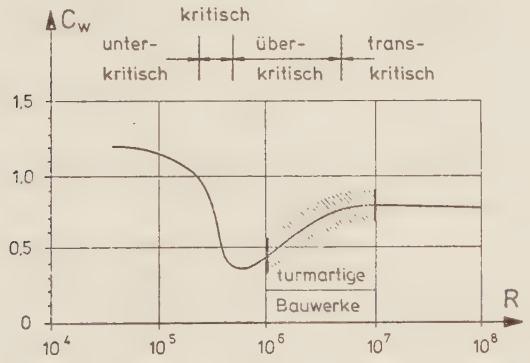


Bild 4.1: Widerstandsbeiwert c_w in Abhängigkeit der Reynoldszahl

4.2 Leistungsspektrum der Windlast

Das Leistungsspektrum der Windlast ergibt sich als Fourier-Transformierte der Korrelationsfunktion der Windlast. Diese wird aus Gl. (4.3) gebildet zu

$$R_{pp}(\tau) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_0^T p_z(t) \cdot p_z(t+\tau)\, dt = \overline{p_z(t) \cdot p_z(t+\tau)} \tag{4.4}$$

$$= \varrho^2 c_w^2 D_z^2 \bar{U}_z^2 \, \overline{u_z(t) \cdot u_z(t+\tau)} + \varrho^2 c_w c_M D_z A_z \bar{U}_z \, \overline{u_z(t)\, \dot{u}_z(t+\tau)}$$

$$+ \varrho^2 c_w c_M D_z A_z \bar{U}_z \, \overline{\dot{u}_z(t)\, u_z(t+\tau)} + \varrho^2 c_M^2 A_z^2 \, \overline{\dot{u}_z(t)\, \dot{u}_z(t+\tau)}$$

Wenn beachtet wird, daß

$$R_{uu}(\tau) = \overline{u_z(t)\, u_z(t+\tau)}$$

$$\frac{dR_{uu}(\tau)}{d\tau} = \overline{u_z(t)\, \dot{u}_z(t+\tau)} \tag{4.5}$$

$$-\frac{dR_{uu}(\tau)}{d\tau} = \overline{\dot{u}_z(t)\, u_z(t+\tau)}$$

$$-\frac{d^2R_{uu}(\tau)}{d\tau} = \overline{\dot{u}_z(t)\, \dot{u}_z(t+\tau)}$$

so kann Gl. (4.4) auf die Korrelationsfunktion der Windgeschwindigkeit zurückgeführt werden:

$$R_{pp}(\tau) = \varrho^2 c_w^2 D_z^2 \bar{U}_z^2 R_{uu}(\tau) - \varrho^2 c_M^2 A_z^2 \frac{d^2R_{uu}(\tau)}{d\tau} \tag{4.6}$$

Das Spektrum der Windkraft stellt sich dann dar als

$$S_{PP}(f) = 2\int_{-\infty}^{+\infty} R_{PP}(\tau)\, e^{-i2\pi f\tau}\, d\tau \tag{4.7}$$

$$= 2\int_{-\infty}^{+\infty} \varrho^2 c_w^2 D_z^2 \bar{U}_z^2 R_{uu}(\tau)\, e^{-i2\pi f\tau}\, d\tau$$

$$- 2\int_{-\infty}^{+\infty} \varrho^2 c_M^2 A_z^2 \frac{d^2 R_{uu}(\tau)}{d\tau^2}\, e^{-i2\pi f\tau}\, d\tau$$

Mit

$$2\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d^2 R_{uu}(\tau)}{d\tau^2}\, e^{-i2\pi f\tau}\, d\tau = -4\pi^2 f^2 S_{uu}(f)$$

ergibt sich

$$S_{PP}(f) = \varrho^2 c_w^2 D_z^2 \bar{U}_z^2 S_{uu}(f)\left[1 + \frac{1}{4}\pi^4 \left(\frac{f D_z}{\bar{U}_z}\right)^2 \left(\frac{c_M}{c_w}\right)^2\right] \tag{4.8}$$

Wird noch gesetzt

$$H_a^2(\xi) = 1 + \frac{1}{4}\pi^4 \xi^2 \left(\frac{c_M}{c_w}\right)^2 \qquad \text{mit} \qquad \xi = \frac{f \cdot D_z}{\bar{U}_z} \tag{4.9}$$

dann ergibt sich das Leistungsspektrum der Windlast zu

$$S_{PP}(f) = \varrho^2 c_w^2 D_z^2 \bar{U}_z^2\, H_a^2(\xi)\, S_{uu}(f) \tag{4.10}$$

Hierin wird $H_a(\xi)$ als aerodynamische Übertragungsfunktion (Admittanz) bezeichnet. Dieser theoretisch hergestellte Zusammenhang zwischen den Leistungsspektren der Windlast und der Windgeschwindigkeit steht jedoch in deutlichem Gegensatz zu Versuchsergebnissen von VICKERY /51/, SURRY /52/ oder SMART et al /53/, die fanden, daß $H_a(\xi)$ zwar bei kleinen Frequenzen in Übereinstimmung mit Gl. (4.9) den Wert 1 annimmt, bei größeren Frequenzen hingegen sehr schnell kleiner wird.

DAVENPORT und VICKERY /50/ haben daher für die aerodynamische Admittanz einen empirischen Ausdruck der Form

$$H_a^z(f) = \frac{1}{1 + \left[\frac{2 \cdot f \cdot \sqrt{A}}{\bar{U}_z}\right]^{4/3}} \qquad (4.11)$$

vorgeschlagen. Hierin bedeutet A die vom Luftstrom getroffene Projektionsfläche des Baukörpers.

Berücksichtigt man zusätzlich die Höhenkorrelation der Windgeschwindigkeitsschwankungen und betrachtet neben der Grundschwingung auch die höheren Eigenschwingungsformen, so führt dies nach /13/ auf eine erweiterte Beziehung für die aerodynamische Übertragungsfunktion, wie sie in Abschnitt 5.3.3 angegeben ist.

4.3 Kreuzleistungsspektrum der Windlast

Analog zu den Windgeschwindigkeiten u(t) in zwei verschiedenen Höhen z und z' des Bauwerks besteht eine Beziehung zwischen den entsprechenden Windlasten p(t). Diese wird durch die Kreuzkorrelationsfunktion $R_{pp'}(\tau)$ beschrieben.

$$R_{pp'}(\tau) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_0^T p_z(t)\, p_{z'}(t+\tau)\, d\tau = \overline{p_z(t)\, p_{z'}(t+\tau)} \qquad (4.12)$$

Setzt man hier den dynamischen Anteil der Windkraft gemäß Gl. (4.3) ein, so ergibt sich

$$\begin{aligned} R_{pp'}(\tau) = {} & \varrho^2 c_w^2 D_z D_{z'} \bar{U}_z \bar{U}_{z'} \overline{u_z(t)\, u_{z'}(t+\tau)} \\ & + \varrho^2 c_w c_M D_z \bar{U}_z A_{z'} \overline{u_z(t)\, \dot{u}_{z'}(t+\tau)} \\ & + \varrho^2 c_w c_M D_{z'} \bar{U}_{z'} A_z \overline{\dot{u}_z(t)\, u_{z'}(t+\tau)} \\ & + \varrho^2 c_M^2 A_z A_{z'} \overline{\dot{u}_z(t)\, \dot{u}_{z'}(t+\tau)} \end{aligned} \qquad (4.13)$$

Unter Beachtung der Beziehungen aus Gl. (4.5) kann diese Gleichung auf die Kreuzkorrelationsfunktion $R_{uu'}(\tau)$ der Windgeschwindigkeiten zurückgeführt werden:

$$\begin{aligned} R_{pp'}(\tau) = {} & \varrho^2 c_w^2 D_z D_{z'} \bar{U}_z \bar{U}_{z'} R_{uu'}(\tau) \\ & + \varrho^2 c_w c_M \left(D_z A_{z'} \bar{U}_z - D_{z'} A_z \bar{U}_{z'} \right) \\ & - \varrho^2 c_M^2 A_z A_{z'} \frac{d^2 R_{uu'}(\tau)}{d\tau^2} \end{aligned} \qquad (4.14)$$

Das Kreuzleistungsspektrum ergibt sich dann als Fourier-Transformierte der Kreuzkorrelationsfunktion

$$S_{pp'}(f) = 2\int_{-\infty}^{+\infty} R_{pp'}(\tau)\, e^{-i2\pi f\tau}\, d\tau \tag{4.15}$$

$$= \varrho^2 c_w^2 D_z D_{z'} \bar{U}_z \bar{U}_{z'} 2\int_{-\infty}^{+\infty} R_{uu'}(\tau) e^{-i2\pi f\tau}\, d\tau$$

$$+ \varrho^2 c_w c_M \left(D_z A_{z'} \bar{U}_z - D_{z'} A_z \bar{U}_{z'}\right) 2\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dR_{uu'}(\tau)}{d\tau} e^{-i2\pi f\tau}\, d\tau$$

$$- \varrho^2 c_M^2 A_z A_{z'} \cdot 2\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d^2 R_{uu'}(\tau)}{d\tau^2} e^{-i2\pi f\tau}\, d\tau$$

Wird hier Gl. (3.34) berücksichtigt und beachtet, daß die Kreuzkorrelationsfunktion für $\tau \longrightarrow \pm\infty$ verschwindet, kann man setzen

$$2\int_{-\infty}^{+\infty} R_{uu'}(\tau) e^{-i2\pi f\tau}\, d\tau = S_{uu'}(f)$$

$$2\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dR_{uu'}(\tau)}{d\tau} e^{-i2\pi f\tau}\, d\tau = i2\pi f S_{uu'}(f) \tag{4.16}$$

$$2\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d^2 R_{uu'}(\tau)}{d\tau^2} e^{-i2\pi f\tau}\, d\tau = -4\pi^2 f^2 S_{uu'}(f)$$

und erhält aus Gl. (4.15):

$$S_{pp'}(f) = \Big[\varrho^2 c_w^2 D_z D_{z'} \bar{U}_z \bar{U}_{z'} + 4\varrho^2 c_M^2 A_z A_{z'} \pi^2 f^2$$

$$+ i2\pi f \varrho^2 c_w c_M \left(D_z A_{z'} \bar{U}_z - D_{z'} A_z \bar{U}_{z'}\right)\Big] S_{uu'}(f) \tag{4.17}$$

Unterstellt man für die Verteilung der mittleren Windgeschwindigkeit über die Höhe die Gültigkeit des Potenzgesetzes nach Gl. (3.3), ergibt sich

$$S_{pp'}(f) = \left[\varrho^2 C_w^2 D_z D_{z'} \bar{U}_{z_0}^2 \left(\frac{z z'}{z_0^2} \right)^q + 4 \varrho^2 C_M^2 A_z A_{z'} \pi^2 f^2 + \frac{i 2 \pi f \varrho^2 C_w C_M \bar{U}_{z_0}}{z_0^q} \left(D_z A_{z'} z^q - D_{z'} A_z z'^q \right) \right] S_{uu'}(f) \tag{4.18}$$

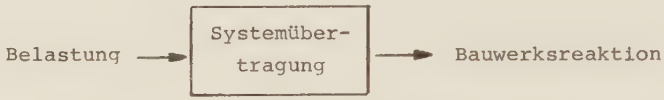
Wird hier für das Kreuzleistungsspektrum $S_{uu'}(f)$ der Windgeschwindigkeiten die Beziehung nach Gl. (3.44) eingesetzt, erhält man schließlich das Kreuzleistungsspektrum $S_{pp'}(f)$ der Windkräfte in Abhängigkeit des Turbulenzspektrums $S_{uu}(f)$

$$S_{pp'}(f) = \left[\varrho^2 C_w^2 D_z D_{z'} \bar{U}_{z_0}^2 \left(\frac{z z'}{z_0^2} \right)^q + 4 \varrho^2 C_M^2 A_z A_{z'} \pi^2 f^2 + \frac{i 2 \pi f \varrho^2 C_w C_M \bar{U}_{z_0}}{z_0^q} \left(D_z A_{z'} z^q - D_{z'} A_z z'^q \right) \right] \cdot S_{uu}(f) \cdot e^{-c_1 |z - z'| \frac{f}{\bar{U}_m}} \cdot e^{-i c_2 (z - z') \frac{f}{\bar{U}_m}} \tag{4.19}$$

5. Die Reaktion turmartiger Bauwerke

5.1 Allgemeines

Um die Reaktion des Bauwerks auf eine stochastische Erregung durch den Wind ermitteln zu können, müssen neben den Beziehungen für die Belastung die mechanischen Übertragungseigenschaften des Systems formuliert werden. Sie erhalten dabei die Bedeutung eines Filters, dessen Eingangssignal die Zufallsfunktion der Belastung aus Wind darstellt und als Ausgangssignal die gesuchte Zufallsfunktion der Bauwerksreaktion liefert.



Ist die Belastung im Frequenzbereich, d.h. spektral, formuliert, ergibt sich für die gesuchte Reaktionsgröße ebenfalls eine spektrale Darstellung. Hierfür können im allgemeinen Fall alle interessierenden Verformungen oder Schnittgrößen in Betracht kommen. Bei den hier formulierten Grenzzustandsbedingungen (vgl. Abschn. 7) werden jedoch vorrangig die Biegemomente benötigt. Bei Benutzung eines Weggrößenverfahrens werden aber zunächst die Verformungen berechnet, aus denen sich dann die Biegemomente ermitteln lassen.

Zur Durchführung dynamischer Untersuchungen ist in den meisten Fällen die mechanische Abbildung des Bauwerks als lineares Schwingungssystem ausreichend. Turmartige Bauwerke lassen sich außerdem in guter Übereinstimmung mit der Wirklichkeit als mehr oder weniger elastisch in den Baugrund eingespannte Kragträger behandeln. Trotz der bei großen Höhen im Fußbereich vorzufindenden schalenähnlichen Verhältnisse Durchmesser zu Wandstärke zeigen theoretische Vergleichsuntersuchungen mit Hilfe von Ringelementen nach /54/ eine gute Überein-

stimmung der Schwingungseigenschaften mit Stabwerkstheorien /55/.

Da bei Annahme linearen Materialverhaltens eine Aufteilung der Problemlösung in einen nur von der Erregung und einen vom mathematischen Modell abhängigen Teil möglich ist, bietet sich die Anwendung des als Modale Analyse bekannten Verfahrens an. Hierbei werden zunächst die Eigenfrequenzen und Eigenformen des Systems ermittelt. Die durch eine Belastung erzwungenen Schwingungen lassen sich dann als Linearkombination dieser Eigenlösungen darstellen. Für die Anwendung dieses Verfahrens spricht weiterhin die Tatsache, daß für probabilistische Untersuchungen dieser Art die Zeitverläufe der Reaktionsgrößen überhaupt nicht interessieren.

5.2 Eigenfrequenzen und Eigenformen

Das allgemeine Differentialgleichungssystem für das Schwingungsproblem eines gedämpften Systems lautet

$$M\ddot{x}(t) + C\dot{x}(t) + Kx(t) = P(t) \tag{5.1}$$

Hierin bedeuten

M : die Massenmatrix,

C : die Dämpfungsmatrix

K : die elastische Steifigkeitsmatrix des Systems

Dieses gekoppelte, gewöhnliche Differentialgleichungssystem läßt sich auf verschiedenen Wegen lösen, z.B. durch direkte numerische Integration oder mittels einer Fourier- oder Laplace-Transformation. Besitzt das System jedoch klassische Eigenformen, so ist die Anwendung der modalen Analyse günstiger, vor allem dann, wenn an Stelle der Last-Zeit-Funktion P(t) die spektrale Dichte der Last tritt.

Für eine beliebige Dämpfungsmatrix C wird zur Entkoppelung der Gleichungen (5.1) eine Hauptachsentransformation mit komplexen Eigenformen erforderlich. Ist C jedoch derart beschaffen, daß alle drei Systemmatrizen durch dieselbe reelle Transformation diagonalisiert werden, dann sind die zugehörigen Eigenlösungen identisch mit denen des allgemeinen ungedämpften Eigenwertproblems

$$(K - \omega^2 M)x = 0 \tag{5.2}$$

wobei ω die Eigenkreisfrequenz mit der Dimension [rad/sec] darstellt. Üblicherweise wird jedoch die Frequenz in [Hz]

verwendet, die mit ω durch die Beziehung

$$f = \frac{\omega}{2\pi} \quad [Hz] \tag{5.3}$$

verknüpft ist.

An dieser Stelle wird darauf verzichtet, auf Einzelheiten der numerischen Berechnung wie etwa dem Aufbau der Steifigkeits- und Massenmatrix einzugehen. Dafür sei auf die einschlägige Literatur zur Theorie und Anwendung finiter Elementverfahren z.B. /56/ und /57/ hingewiesen.

Für die numerische Lösung des Eigenwertproblems stehen eine Reihe von Lösungsalgorithmen zur Verfügung, die im allgemeinen bei den üblichen Systemen turmartiger Tragwerke wenig unterschiedliche Ergebnisse liefern. Für die Berechnung im Rahmen dieser Arbeit wurde ein von RUTISHOUSER in /58/ entwickeltes simultanes Iterationsverfahren benutzt, welches sich bereits an anderer Stelle bewährt hat (z.B. in /54/). Das allgemeine Eigenwertproblem wird dabei auf ein spezielles Eigenwertproblem zurückgeführt. Das Charakteristische dieses Verfahrens besteht darin, daß mehrere Eigenvektoren auf Grund einer implizierten Orthogonalitätsbedingung gleichzeitig aniteriert werden. Die zugehörigen Eigenwerte werden anschließend ermittelt.

Normalerweise erhält man eine gute Erfassung der tatsächlichen Bauwerkseigenfrequenzen, wenn in der theoretischen Berechnung die Steifigkeitswerte des Zustandes I verwendet werden. Offen bleibt dabei allerdings, ob sich die Eigenfrequenzen bei hohen Windgeschwindigkeiten nahe der Tragfähigkeitsgrenze durch den Übergang in den Zustand II nennenswert ändern können. Bislang sind derartige Untersuchungsergebnisse jedoch nicht publiziert worden.

In Bild 5.1 sind die ersten drei Eigenformen der Verschiebungen und der zugehörigen Biegemomente des Beispiels aus Abschnitt 10 in normierter Form dargestellt, wie sie mit dem o.a. Verfahren ermittelt wurden.

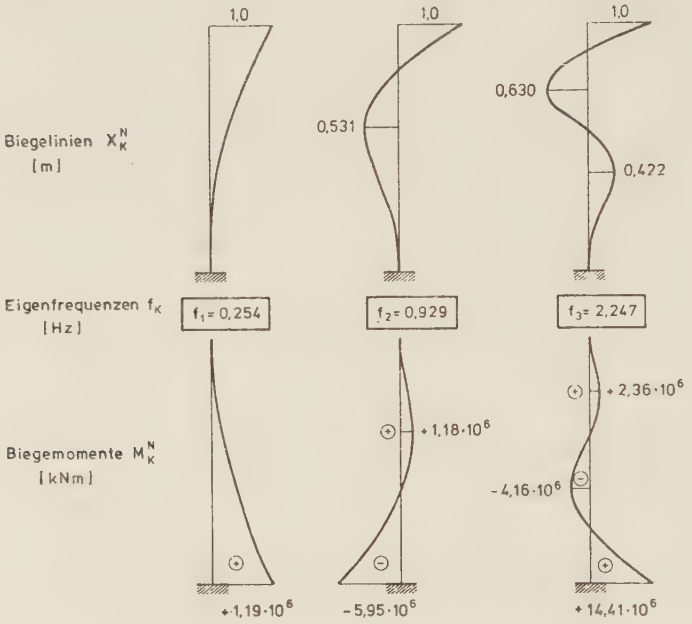


Bild 5.1 Eigenfrequenzen und Eigenformen eines 275 m hohen Industrieschornsteins (Abschnitt 10)

5.3 Randomschwingungen

5.3.1 Systemantwort bei stochastischer Einzellast

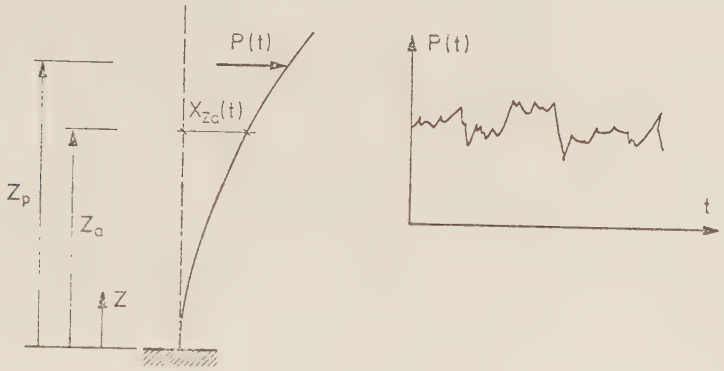


Bild 5.2: System mit stochastischer Einzellast P(t)

Wird ein geschwindigkeitsproportional gedämpftes System gemäß Bild 5.2 durch eine stationärstochastische Einzellast P(t) mit dem Leistungsspektrum $S_p(f)$ an der Stelle z_p beansprucht, so gilt für das Spektrum $S_{x,za}(f)$ der Verschiebung $X_{za}(t)$ an einer beliebigen Stelle z_a des Systems (vgl. /58/ S. 69):

$$S_{x z_a}(f) = |\alpha_{z_a, z_p}(f)|^2 \, S_p(f) \qquad (5,4)$$

Hierin ist $\alpha_{z_a, z_p}(f)$ die mechanische Übertragungsfunktion, für die im Sinne der modalen Analyse gilt:

$$|\alpha_{z_a z_p}(f)|^2 = \sum_{\kappa=1}^{N} \frac{1}{(f_\kappa^2 - f^2)^2 + 4\vartheta^2 f_\kappa^2} \cdot \frac{\bar{X}_{\kappa z_a}^2 \bar{X}_{\kappa z_p}^2}{16\pi^4 m_\kappa^2} \qquad (5.5)$$

In Gl. (5.5) bedeuten:

τ = die Anzahl der bei der modalen Analyse berücksichtigten Eigenwerte

f_K = die K-te Eigenfrequenz des Systems

X^N_{K,z_a} bzw. X^N_{K,z_p} = die normierte Eigenform der K-ten Eigenfrequenz an der Stelle z_a bzw. z_p

m_K = die generalisierte Masse der K-ten Eigenform, für die bei einem "Consistentmass"-System mit der Massenbelegung μ_z gilt

$$m_K = \int_{z=0}^{H} \mu_z \cdot X^{N^2}_{K,z}\, dz \qquad (5.6)$$

D = Lehr'sches Dämpfungsmaß

Wird die Frequenz f jetzt noch auf die jeweilige Eigenfrequenz f_K durch

$$\eta_K = \frac{f}{f_K} \qquad (5.7)$$

bezogen, so ergibt sich für das Antwortspektrum der Verschiebung $X_{za}(t)$

$$S_{X,z_a}(f) = \sum_{K=1}^{\tau} \frac{1}{(1-\eta_K^2)^2 + 4D^2\eta_K^2} \cdot \frac{\left[X^N_{K,z_a} \cdot X^N_{K,z_p}\right]^2}{16\pi^4 f_K^4 m_K^2} \qquad (5.8)$$

Hierin stellt der erste Faktor hinter dem Summenzeichen das Quadrat der bekannten Resonanzfunktion $R_K(f)$ des Einmassenschwingens dar, deren graphische Darstellung in Bild 5.3 an

der Resonanzstelle $\eta_k=1$ eine nur durch das Dämpfungsmaß D beeinflußte, ausgeprägte Spitze aufweist:

$$R_k(f) = \frac{1}{\sqrt{(1-\eta_k^2)^2 + 4D^2\eta_k^2}} \tag{5.9}$$

Unter Verwendung dieser Resonanzfunktion läßt sich Gl. (5.8) vereinfachend schreiben als

$$S_{x_i z_a}(f) = \sum_{k=1}^{n} R_k^2(f) \frac{\left[X^N_{k,z_a} \cdot X^N_{k,z_p}\right]^2}{16\pi^4 f_k^4 m_k^2} S_p(f) \tag{5.10}$$

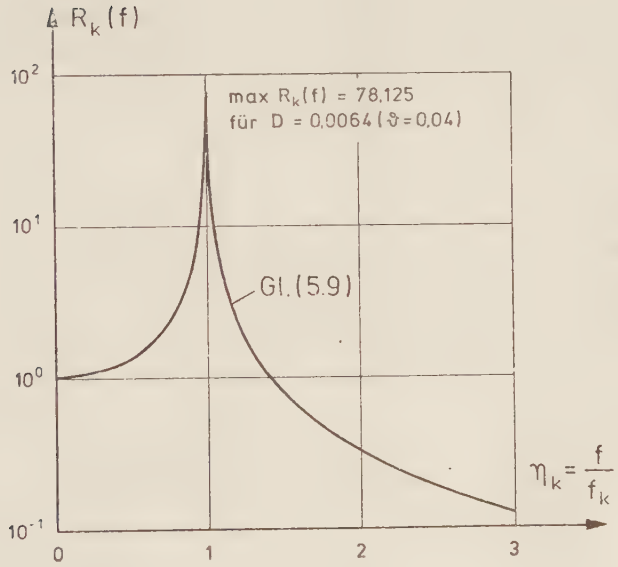


Bild 5.3: Resonanzfunktion $R_k(f)$ des Einmassenschwingens

Die Anwendung von Gl. (5.10) setzt den Ansatz geschwindigkeitsproportionaler (viskoser) Dämpfung voraus. Vielfach wird bei turmartigen Bauwerken die Dämpfung durch Ausschwingversuche bestimmt. Aus der Differenz der Amplituden wird dann das "logarithmische Dämpfungsdekrement" ϑ ermittelt, das mit dem Dämpfungsmaß D durch

$$\vartheta = 2\pi D \qquad (5.11)$$

verknüpft ist.

Die vorliegenden Untersuchungen (z.B. /85/, /86/, /12/) bei Stahlbeton-Türmen deuten auf ein mittleres log. Dämpfungsdekrement von

$$\vartheta \approx 0{,}04 \quad (D = 0{,}0064)$$

hin, weshalb auch dem Beispiel in Abschnitt 10 dieser Wert zugrunde gelegt wurde. Ungeklärt ist dabei allerdings die Frage, inwieweit sich ein solcher Wert durch den Übergang vom ungerissenen in den gerissenen Zustand wesentlich ändern kann.

5.3.2 Systemantwort bei stochastischer Windbelastung

Für ein durch Wind beanspruchtes turmartiges Bauwerk kann die Windlast als eine stochastische Streckenlast $P_z(t)$ gemäß Bild 5.4 angesehen werden

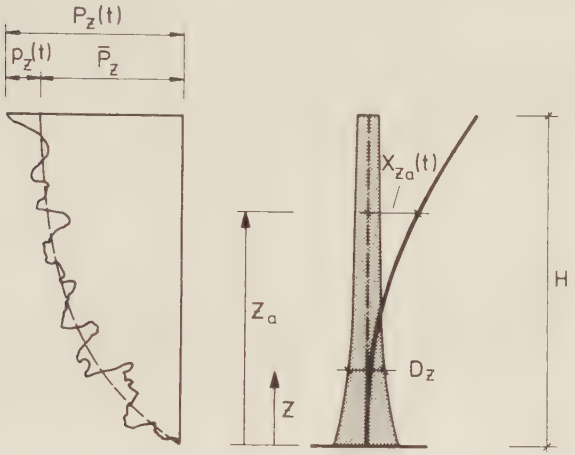


Bild 5.4 Turmartiges Bauwerk unter stochastischer Windlast

Bereits in Abschnitt 4.1 wurde wie bei den Windgeschwindigkeiten eine Aufteilung der Windlast $P_z(t)$ in einem "statischen" Anteil $\bar{P}_z$ und einen "dynamischen" Anteil $p_z(t)$ vorgenommen (Gl. (4.3)).
Für den "statischen Mittelwert $\bar{P}_z$ an der Stelle z kann dann unter Verwendung des Potenzgesetzes nach Gl. (3.3) geschrieben werden

$$\bar{P}_z = \frac{1}{2} \rho c_w D_z U_{z_0}^2 \left(\frac{z}{z_0}\right)^{2q} \qquad (5.12)$$

Die gesamte auf das Bauwerk einwirkende mittlere Windlast beträgt

$$\bar{P}_{ges} = \int_0^H \bar{P}_z \, dz \qquad (5.13)$$

so daß sich die mittlere Verschiebung $\bar{X}_{za}$ an einer beliebigen Stelle z_a infolge der mittleren Windlast $\bar{p}_{qs}$ ermitteln läßt aus

$$\bar{X}_{z_a} = \frac{1}{2}\rho c_w \bar{U}_{z_0}^2 \sum_{K=1}^{r} \frac{X_{K,z_a}^N}{(2\pi f_K)^2 m_K} \int_0^H \left(\frac{z}{z_0}\right)^{2q} D_z \cdot X_{K,z}^N \, dz \qquad (5.14)$$

Hierin wurde wieder dem Prinzip der modalen Analyse folgend vorausgesetzt, daß sich die Verformungsfigur aus den einzelnen (modalen) Eigenschwingungsformen zusammensetzen läßt.

Das für spätere Zwecke benötigte mittlere Biegemoment $\bar{M}_{za}$ an der betrachteten Querschnittsstelle z_a ergibt sich völlig analog, wenn statt der nominierten Eigenformen der Biegelinien $X_{K,za}^N$ die zugehörigen Eigenformen $M_{K,za}^N$ der Biegemomente verwendet werden (vgl. Bild 5.1). Dementspechend gilt also:

$$\bar{M}_{z_a} = \frac{1}{2}\rho c_w \bar{U}_{z_0}^2 \sum_{K=1}^{r} \frac{M_{K,z_a}^N}{(2\pi f_K)^2 m_K} \int_0^H \left(\frac{z}{z_0}\right)^{2q} D_z \cdot X_{K,z}^N \, dz \qquad (5.15)$$

Man erkennt, daß sowohl die mittlere Verschiebung $\bar{X}_{za}$ wie auch das mittlere Biegemoment direkt proportional dem Quadrat der mittleren Windgeschwindigkeit $\bar{U}_{z_0}$ der Bezugshöhe z_0 ist:

$$\bar{X}_{z_0} = K_x \cdot \bar{U}_{z_0}^2 \qquad (5.16)$$

bzw.

$$\bar{M}_{z_a} = K_M \cdot \bar{U}_{z_0}^2 \qquad (5.17)$$

Hierin sind K_x bzw. K_M Konstanten, die allein vom betrachteten Bauwerk abhängig sind. Sie können als Systemkonstanten bezeichnet werden und unabhängig von der Statistik der mittleren Windgeschwindigkeit berechnet werden:

$$K_x = \frac{1}{2} \rho \cdot w \sum_{K=1}^{r} \frac{X_{K,z_a}^{N}}{(2\pi f_K)^2 m_K} \int_0^H \left(\frac{z}{z_0}\right)^{2\gamma} D_z \, \lambda_{x,z}^{N} \, dz \qquad (5.18)$$

bzw.

$$K_M = \frac{1}{2} \rho \cdot c_w \sum_{K=1}^{r} \frac{M_{K,z_a}^{N}}{(2\pi f_K)^2 m_K} \int_0^H \left(\frac{z}{z_0}\right)^{2\gamma} D_z \, \lambda_{M,z}^{K} \, dz \qquad (5.19)$$

Dem Mittelwert der Verschiebungen $\bar{X}_{za}$ überlagern sich noch die Schwankungsanteile aus den "dynamischen" Windlastteilen $P_z(t)$ infolge der Windgeschwindigkeitsturbulenzen. Diese über die gesamte Höhe verteilten Windlastanteile können als Summe unendlich vieler stochastischer Einzelkräfte $P_z(t)$ gemäß Abschnitt 5.3.1 angesehen werden, so daß sich für das Leistungsspektrum der Verschiebungen $S_{x,za}(f)$ ergibt (vgl. /58/, S. 91):

$$S_{x,z_a}(f) = \int_0^H \alpha_{z_a,z}^{*}(f) \, \alpha_{z_a,z}(f) \, S_{pp}(z) \, dz \qquad (5.20)$$

Hierin bedeutet

$$\alpha_{z_a,z}(f) = \sum_{K=1}^{r} \frac{1}{f_K^2 - f^2 + i2Df_K f} \cdot \frac{X_{K,z_a}^{N} \cdot X_{K,z}^{N}}{4\pi^2 m_K} \qquad (5.21)$$

die mechanische Übertragungsfunktion einer Last $P_z(t)$ an der Stelle z' bzw.

$$\alpha_{z_a,z}^{*}(f) = \sum_{j=1}^{r} \frac{1}{f_j^2 - f^2 - i2Df_j f} \cdot \frac{X_{j,z_a}^{N} \cdot X_{j,z}^{N}}{4\pi^2 m_j} \qquad (5.22)$$

die konjugiert Komplexe der Übertragungsfunktion einer Last $P_z(t)$ an der Stelle z.

Gegenüber der Beziehung infolge einer stochastischen Einzellast (Gl. (5.4)) tritt hier an Stelle des Leistungspektrums der Einzellast S_p (f) das Kreuzleistungsspektrum der Lasten $S_{pp'}(f)$ zweier benachbarter Höhenkoordinaten z und z'.

Bei geringer Dämpfung und genügend weit auseinanderliegenden Eigenfrequenzen werden Koppelschwingungen zwischen verschiedenen Eigenformen vernachlässigt, so daß die Produkte der Summen in Gl. (5.20) für $j \neq K$ zu Null gesetzt werden können. Dann ergibt sich unter Verwendung der Resonanzfunktion R_K (f) aus Gl. (5.9) das Leistungsspektrum $S_{X,za}(f)$ der Antwortschwingung vereinfacht zu

$$S_{X,z_a}(f) = \sum_{K=1}^{n} R_K^2(f) \frac{\left[X_{K,z_a}^N\right]^2}{16\pi^4 f_K^4 m_K^2} \int_0^H \int_0^H X_{Kz}^N \cdot X_{Kz'}^N \cdot S_{pp'}(f)\, dz\, dz' \qquad (5.23)$$

Für das entsprechende Leistungsspektrum $S_{M,za}(f)$ des Biegemomentes an der Stelle z_a gilt dann analog

$$S_{M,z_a}(f) = \sum_{K=1}^{n} R_K^2(f) \frac{\left[M_{K,z_a}^N\right]^2}{16\pi^4 f_K^4 m_K^2} \int_0^H \int_0^H X_{Kz}^N \cdot X_{Kz'}^N \cdot S_{pp'}(f)\, dz\, dz' \qquad (5.24)$$

5.3.3 Berechnung des Antwortspektrums

In den Gleichungen (5.23) bzw. (5.24) wurde der Zusammenhang zwischen dem Spektrum der gesuchten Reaktionsgröße und dem Kreuzleistungsspektrum der Windlasten hergestellt. Verwendet man für das Kreuzleistungsspektrum der Windlasten die in Abschnitt 4.3 unter speziellen Annahmen bezüglich der vertikalen Korrelation der Windgeschwindigkeitsschwankungen und des Profils der mittleren Windgeschwindigkeit hergeleitete Form der Gl. (4.19), so führt dies nach NIESER /13/ auf eine Darstellung des Antwortspektrums mit Hilfe einer Übertragungsfunktion, die von der speziellen Geometrie des betrachteten turmartigen Bauwerks sowie seiner zuvor ermittelten Eigenform abhängig ist:

Einsetzen von Gl. (4.19) in Gl. (5.23) liefert

$$S_{X_{i-a}}(f) = \sum_{r=1}^{r} R_K^2(f) \frac{\left[X_{K,z_a}\right]^2}{\dots} \cdot S_{\dots}(f) \int_{0}^{H} \left\{ X_{K,z}^{N} \cdot X_{K,z'} \left[\varrho^2 c_w^2 I_z D_z \bar{U}^2 \left(\frac{z}{z_0}\right)^{2\dots} \right. \right.$$

$$\left. + 4 \varrho^2 c_M^2 A_z I_z \pi^2 f^2 + \frac{\dots}{z_0} \right] \Big\}$$

$$\cdot e^{-c_z |z-z'| \frac{f}{\bar{U}_m}} \cdot e^{-i c_z (z-z') \frac{f}{\bar{U}_m}} \Big\} \, dz \, dz' \qquad (5.25)$$

oder etwas anders geordnet:

$$S_{x,z_a}(f) = \sum_{K=1}^{n} R_K^2(f) \frac{\left[X_{K,z_a}^N\right]^2}{16\pi^4 f_K^4 m_K^2} 4 \frac{S_{uu}(f)}{\bar{U}_{z_0}^2} \left(\frac{1}{2}\rho c_w \bar{U}_{z_0}^2\right)^2$$

$$\cdot \int_0^H \int_0^H \left\{ X_{K,z}^N X_{K,z'}^N \left[D_z D_{z'} \left(\frac{z z'}{z_0^2}\right)^q + \frac{4 c_M^2 A_z A_{z'} \pi^2 f^2}{c_w^2 \bar{U}_{z_0}^2} \right.\right. \tag{5.26}$$

$$\left.\left. + \frac{i 2\pi f c_M}{c_w z_0^q \bar{U}_{z_0}} \left(D_z A_{z'} z'^q - D_{z'} A_z z'^q\right) \right] \cdot e^{-c_1 |z-z'| \frac{f}{\bar{U}_m}} \cdot e^{-i c_2 (z-z') \frac{f}{\bar{U}_m}} \right\} dz\, dz'$$

Bei dynamischen Berechnungen bezieht man die dynamischen Verschiebungen üblicherweise auf die statischen Auslenkungen. Hier bietet sich an, das Spektrum zu beziehen auf die mittlere Verschiebung infolge der mittleren Windlast. Aus Gl. (5.14) kann der der k-ten Eigenform zugehörige Verschiebungsanteil abgeleitet werden zu

$$\bar{X}_{K,z_a} = \frac{1}{2} \rho c_w \bar{U}_{z_0}^2 \int_0^H \left(\frac{z}{z_0}\right)^{2q} D_z \frac{X_{K,z_a}^N X_{K,z}^N}{\left(2\pi f_K\right)^2 m_K} \tag{5.27}$$

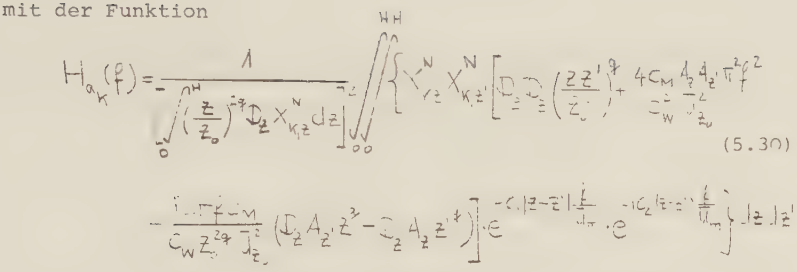
Wird diese Gleichung aufgelöst nach

$$\frac{1}{2} \rho c_w \bar{U}_{z_0}^2 = \frac{X_{K,z_a}^N}{\int_0^H \left(\frac{z}{z_0}\right)^{2q} D_z \frac{X_{K,z_a}^N X_{K,z}^N}{\left(2\pi f_K\right)^2 m_K}} \tag{5.28}$$

und eingesetzt in Gl. (5.26), läßt sich das Spektrum $S_{x,za}$ der Verschiebungen an der Stelle z_a anschreiben als

$$S_{x,z_a}(f) = 4 \frac{S_{uu}(f)}{\bar{U}_{z_0}^2} \sum_{K=1}^{n} R_K^2(f) \cdot \bar{X}_{K,z_a}^2 \cdot H_{a_K}(f) \tag{5.29}$$

mit der Funktion



(5.30)

Diesem Schritt liegt folgende Vereinfachung zugrunde:

Der c_w-Beiwert ist strenggenommen frequenzabhängig, d.h., für die turbulente Strömung ergibt sich ein anderer Wert als für eine Strömung konstanter Geschwindigkeit (f=o). Für größerwerdende Frequenzen f werden die Verhältnisse

$$\frac{c_w\ (f)}{c_w\ (f=o)}$$

kleiner als 1, was sich in den Ansätzen von DAVENPORT und VICKERY (Gl. 4.11) durch einen Abfall der aerodynamischen Admittanz wiederspiegelt.
Die Grundfrequenz turmartiger Bauwerke liegt aber meistens in einem Bereich, wo die aerodynamische Admittanz noch den Wert 1 annimmt. Selbst für die zweite und dritte Eigenfrequenz begeht man noch keinen bedeutenden Fehler, wenn man annimmt, daß das Gesetz der Strömung mit konstanter Geschwindigkeit auch für die turbulente Strömung gilt, d.h., es wird für alle Frequenzen mit einem konstanten c_w-Beiwert

$$c_w = c_w\ (f=o)$$

gerechnet. Eine solche Vereinfachung liegt außerdem auf der sicheren Seite.

Die Funktion H_{aK} (f) in Gl. (5.30) wird von NIESER /13/ auch als aerodynamische Übertragungsfunktion bezeichnet.
Dieser Begriff erscheint jedoch an dieser Stelle nicht als sinnvoll verwendet, da üblicherweise der Zusammenhang zwischen den Autoleistungsspektren der Last und der Windgeschwindigkeit als aerodynamische Übertragungsfunktion bezeichnet wird, zumal in der gezeigten Ableitung die Voraussetzung eines frequenz-

unabhängigen c_w-Beiwertes enthalten ist. Gl. (5.30) enthält aber neben den generalisierten Schwingungsanteilen auch Informationen über Kohärenz und Phasenverschiebung der Windlast. Bezieht man sich einheitlich auf die Bezugshöhe z_o und setzt vereinfachend

$$\zeta = \frac{z}{z_o} \quad ; \quad \zeta' = \frac{z'}{z_o} \quad ; \quad \zeta_H = \frac{H}{z_o} \quad ; \quad \xi_o = \frac{f \cdot z_o}{\bar{U}_{z_o}}$$

so kann unter der Voraussetzung, daß es sich bei dem umströmten Körper um einen Kreisquerschnitt mit

$$A_z = \frac{\pi D_z}{4} \quad \text{bzw.} \quad A_{z'} = \frac{\pi D_{z'}}{4}$$

handelt, Gl. (5.30) geschrieben werden in der Form

$$H_{a_K}(f) = \frac{1}{\left[\int_0^{\zeta_H} \varphi^{2\gamma} D_\varphi X_{H,\varphi}^N \, d\varphi\right] \sqrt{\omega}} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^{\zeta_H} \int_0^{\zeta_H} X_{K,\varphi}' X_{K,\varphi'}^N \left[D_\varphi D_{\varphi'} (\varphi\varphi')^\gamma + \left(\frac{c_M}{c_W}\right)^2 \frac{\pi^2}{2} D_\varphi D_{\varphi'} \frac{\xi_o}{z_o}^2 \right.$$

$$\left. + i \frac{c_M}{c_W} \frac{\pi^2}{2} D_\varphi D_{\varphi'} \frac{\xi_o}{z_o} \left(D_\varphi \varphi'^\gamma - D_{\varphi'} \varphi^\gamma \right) \right] \cdot e^{-2C_x \frac{|\varphi - \varphi'|}{(\varphi^\gamma + \varphi'^\gamma)} \xi_o} e^{-i 2C_z \frac{(\varphi - \varphi')}{(\varphi^\gamma + \varphi'^\gamma)} \xi_o} \Big\} d\omega \, d\varphi \qquad (5.31)$$

NIESER untersuchte in /13/ den Einfluß der Faktoren c_M/c_W auf die Größe der Übertragungsfunktion nach Gl. (5.30) und stellte fest, daß er im relevanten Frequenzbereich vernachlässigbar ist, so daß sich Gl. (5.31) für den praktischen Gebrauch entsprechend vereinfachen läßt.

In der Darstellung gemäß Gl. (5.31) ist die Übertragungsfunktion H_{aK} (f), bedingt durch die enthaltenen Anteile des Kreuzleistungsspektrums der Windlast, zunächst komplex. Andererseits muß H_{aK} (f) wegen des Zusammenhangs in Gl. (5.29) reell sein, da Autoleistungsspektren, wie in diesem Fall das Spektrum der Verschiebungen $S_{x,z_o}(f)$, grundsätzlich reell sind. Diese Eigenschaft hat NIEMANN bereits in /28/ nachgewiesen, indem er das Integral der Übertragungsgleichung in Summenform darstellte und zeigte, daß die komplexen Summanden immer paarweise konjugiert-komplex auftreten, so daß bei der Summation ihre Imaginärteile verschwinden. Für die Integralschreibweise gilt der Sachverhalt sinngemäß, so daß bei Vernachlässigung der Koppelglieder die Übertragungsfunktion mit ihrem Realteil

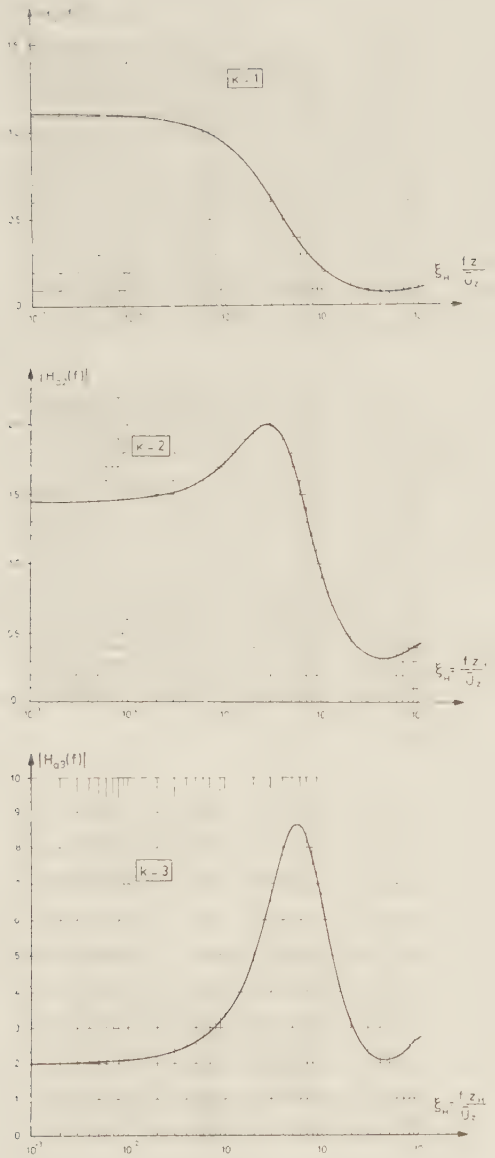


Bild 5.5: Übertragungsfunktionen nach Gl. (5.31) des Demonstrationsbeispiels

angesetzt werden kann. Damit läßt sich Gl. (5.29) auch schreiben als

$$S_{x,z_a}(f) = 4\,\frac{S_{uu}}{\bar{U}_{z_a}^2}\sum_{k=1}^{r} R_k^2(f)\cdot \bar{X}_{k,z_a}^2\cdot \mathrm{Re}\left[H_{aK}(f)\right] \qquad (5.32)$$

Für kleine Phasenwinkel ist der Realteil einer Komplexen näherungsweise gleich ihrem Betrag, weshalb vielfach auch der Betrag $|H_{aK}(f)|$ der Übertragungsfunktion verwendet wird.

Setzt man Allgemeingültigkeit der Höhenkorrelation der Windgeschwindigkeitsschwankungen gemäß dem Ansatz in Gl. (3.44) voraus, stellt die Übertragungsfunktion $H_{aK}(f)$ in dieser Form bis auf den Profilexponenten η eine nur von der Bauwerksgeometrie abhängige Funktion dar. Sie läßt sich getrennt für die einzelnen Eigenfrequenzen des Bauwerks ermitteln. In Bild 5.5 sind die Funktionsverläufe für die ersten drei Eigenfrequenzen des Beispiel aus Abschnitt 10 dargestellt.
Mit Gl. (5.29) wurde ein formelmäßiger Zusammenhang hergestellt zwischen dem gesuchten Leistungsspektrum der Antwortschwingung $S_{x,za}(f)$ und dem Leistungsspektrum der Windgeschwindigkeit $S_{uu}(f)$. Führt man jetzt noch die Turbulenzintensität in der Bezugshöhe z_o

$$I_{T,z_o} = \frac{\tilde{\sigma}_u}{\bar{U}_{z_o}} \qquad (5.33)$$

entsprechend Gl. (3.14) ein, so ergibt sich

$$S_{x,z_a}(f) = 4\cdot I_{T,z_o}^2\cdot\frac{S_{uu}(f)}{\tilde{\sigma}_u^2}\sum_{k=1}^{r} R_k^2(f)\cdot \bar{X}_{k,z_a}^2\cdot \mathrm{Re}\left[H_{aK}(f)\right] \qquad (5.34)$$

Das Leistungsspektrum des Biegemoments $S_{M,za}(f)$ läßt sich unter Beachtung von Gl. (5.24) analog ermitteln zu

$$S_{M,z_a}(f) = 4\cdot I_{T,z_o}^2\,\frac{S_{uu}(f)}{\tilde{\sigma}_u^2}\sum_{k=1}^{r} R_k^2(f)\cdot \bar{M}_{k,z_a}^2\cdot \mathrm{Re}\left[H_{aK}(f)\right] \qquad (5.35)$$

Bild 5.6 zeigt das Ergebnis der numerischen Berechnung für das Leistungsspektrum des Einspannmomentes des 275 m hohen Industrieschornsteins in der Bezugshöhe z_o=10 m von $\bar{U}_{zo}$=12,0 m/sec. Die Berechnung wurde durchgeführt unter Verwendung des Davenport-Spektrums nach Gl. (3.19), der Turbulenzintensität nach Gl. (3.16) und der Übertragungsfunktion nach Gl. (5.31).

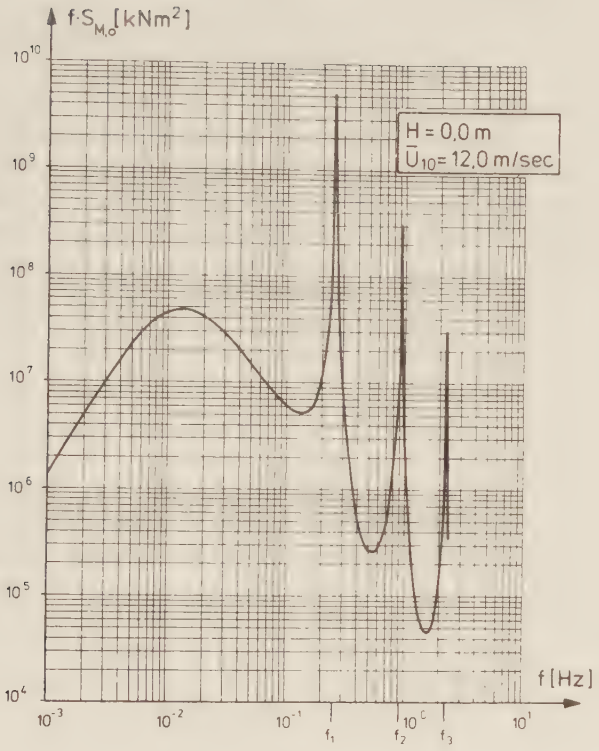


Bild 5.6 Leistungsspektrum des Einspannmomentes des Beispiels aus Abschnitt 10

Neben dem quasi-statischen Anteil zeigen sich im Bereich der drei berücksichtigten Eigenfrequenzen des Schornsteins von f_1=0,254 Hz, f_2=0,929 Hz und f_3= 2,247 Hz deutliche Resonanzspitzen, die sich aus der Resonanzfunktion $R_k(f)$ nach Gl.(5.9) ergeben. Das logarithmische Dämpfungsdekrement ϑ wurde zu 0,04 angesetzt.

6. Aerodynamische Beanspruchung als statistische Basisvariable

6.1 Mittelwert und Standardabweichung eines Biegemomentes

Wie bereits erwähnt, werden die regellosen Antwortschwingungen des Bauwerks innerhalb des Mittlungsintervalls T ebenso wie die Windgeschwindigkeitsschwankungen als normal verteilt angenommen. Der Mittelwert der betrachteten Reaktionsgröße entspricht dabei dem "statischen" Anteil infolge der mittleren Windgeschwindigkeit. Setzt man die Verteilung der mittleren Windgeschwindigkeit über die Höhe nach dem Potenzgesetz Gl. (3.3) voraus, wird durch Gl. (5.17) der funktionelle Zusammenhang zwischen dem mittleren Biegemoment $\bar{M}_{za}$ an der Stelle z_a und der mittleren Windgeschwindigkeit $\bar{U}_{zo}$ in der Bezugshöhe z_o unter Verwendung der bauwerksspezifischen Konstanten K_M hergestellt.

Anmerkung:
Da die dargestellten Zusammenhänge gültig sind für alle betrachteten Querschnittsstellen z, soll im weiteren eine Spezifizierung durch den Index z_a entfallen. Auch sei darauf hingewiesen, daß Analogie besteht zwischen der Verschiebung x und dem Biegemoment M. Wegen der größeren Bedeutung im Hinblick auf den Grenzzustand der Tragfähigkeit (vgl. Abschnitt 7) wird im weiteren nur das Biegemoment M behandelt.

Die Standardabweichung des Biegemomentes σ_M der normalverteilten Dichtefunktion f(M) innerhalb des Mittlungsintervalls T ergibt sich aus dem Integral des Biegemomenten-Leistungsspektrums $S_M(f)$:

$$\sigma_M = \sqrt{\int_0^{\infty} S_M(f)\, df} \qquad (6.1)$$

Durch Variation der mittleren Windgeschwindigkeit $\bar{U}_{zo}$ in der numerischen Berechnung erhält man die funktionelle Abhängigkeit der Standardabweichung $\sigma_M = \sigma_M(\bar{U}_{z_o})$

In Bild 6.1 sind die prinzipiellen Abhängigkeiten dargestellt am Beispiel des Einspannmomentes des 275 m hohen Industrieschornsteins aus Abschnitt 10

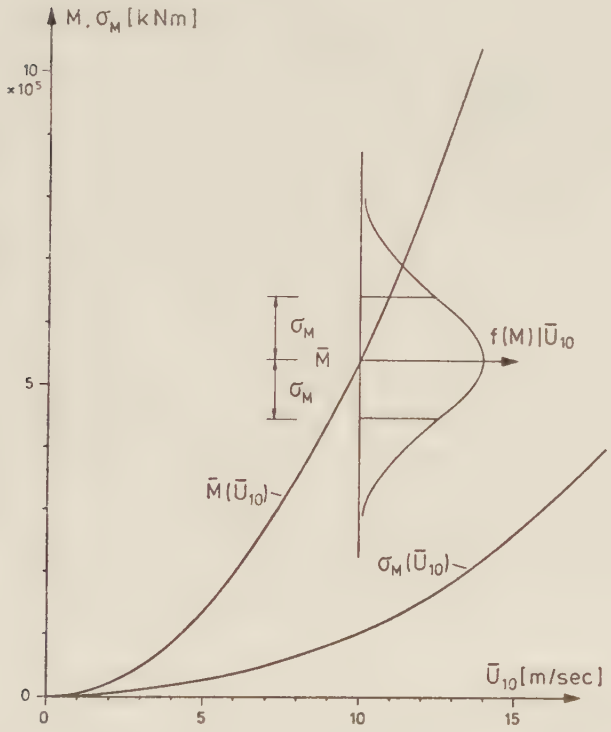


Bild 6.1: Mittleres Biegemoment und Standardabweichung als Funktion der mittleren Windgeschwindigkeit

6.2 Verteilungs- und Dichtefunktion

Die Dichtefunktion $f(M)/\bar{U}_{zo}$ des Biegemomentes M berechnet sich bei vorausgesetzter Gauß-Normalverteilung zu

$$f(M)|\bar{U}_{z_0} = \frac{1}{\sigma_M \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{M-\bar{M}}{2\sigma_M^2}} \tag{6.2}$$

Die zugehörige Verteilungsfunktion lautet dann

$$F(M)|\bar{U}_{z_0} = \frac{1}{\sigma_M \sqrt{2\pi}} \int_0^M e^{-\frac{M-\bar{M}}{2\sigma_M}} dM \tag{6.3}$$

Hierbei stellen $f(M)/\bar{U}_{zo}$ bzw. $F(M)/\bar{U}_{zo}$ bedingte Wahrscheinlichkeiten dar. Bedingung ist das Auftreten einer bestimmten mittleren Windgeschwindigkeit $\bar{U}_{zo}$. Die Bedingung ist jedoch ihrerseits eine wahrscheinlichkeitsbehaftete Größe, so daß nach dem Multiplikationssatz der Wahrscheinlichkeitstheorie (vgl. / 79/ S. 23 ff) Gl. (6.2) bzw. (6.3) multipliziert werden müssen mit der Wahrscheinlichkeit für das Auftreten von $\bar{U}_{zo}$.
Integriert man dann noch über alle möglichen Windgeschwindigkeiten, erhält man mit

$$f(M) = \int_0^{+\infty} f(M)|\bar{U}_{z_0} \cdot f(\bar{U}_{z_0})\, d\bar{U} \tag{6.4}$$

die Dichtefunktion des Biegemomentes M, bzw. mit

$$F(M) = \int_0^{+\infty} F(M)|\bar{U}_{z_0} \cdot f(\bar{U}_{z_0})\, d\bar{U} \tag{6.5}$$

die Verteilungsfunktion des Biegemomentes M, welche die Wahrscheinlichkeit des Nichtüberschreitens eines bestimmten

Biegemomentes M angibt.

Da allgemein die Wahrscheinlichkeit für das Nichteintreten eines Ereignisses als Zuverlässigkeit bezeichnet wird, findet man in der Literatur (z.B. in /59/) für die Gl. (6.5) auch die Bezeichnung "Zuverlässigkeitsfunktion". Da in dieser Arbeit die Größe der "Zuverlässigkeit", im Gegensatz zu deterministischen Ansätzen der Beanspruchbarkeit, grundsätzlich in Abhängigkeit des Systems und des ebenfalls wahrscheinlichkeitsbehafteten Grenzzustandes berechnet wird, erscheint eine solche Bezeichnung an dieser Stelle nicht angebracht.

Wird für $F(\bar{U}_{z0})$ die Dichtefunktion der Gumbel-Verteilung nach Gl. (3.8) verwendet, ergibt sich

$$f(M)=\int_0^{+\infty}\frac{1}{\tilde{\sigma}_M\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{M-K_M\bar{U}_{z_0}}{2\tilde{\sigma}_M^2}\right)\cdot\alpha\cdot\exp\left\{-\exp(\bar{U}_{z_0}-\hat{U})-\exp\left[-\alpha(\bar{U}_{z_0}-\hat{U})\right]\right\}d\bar{U} \tag{6.6}$$

bzw.

$$F(M)=\int_0^{+\infty}\frac{1}{\tilde{\sigma}_M\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{M}\exp\left(-\frac{M-K_M\bar{U}_{z_0}}{2\tilde{\sigma}_M^2}\right)dM\cdot\alpha\cdot\exp\left\{-\exp(\bar{U}_{z_0}-\hat{U})-\exp\left[-\alpha(\bar{U}_{z_0}-\hat{U})\right]\right\}d\bar{U} \tag{6.7}$$

Hierin wurde gleichzeitig berücksichtigt, daß der funktionale Zusammenhang zwischen dem Mittelwert des Biegemomentes $\bar{M}$ und der mittleren Windgeschwindigkeit $\bar{U}_{z0}$ durch die Systemkonstante K_M gemäß (Gl. (5.17) beschrieben wird.

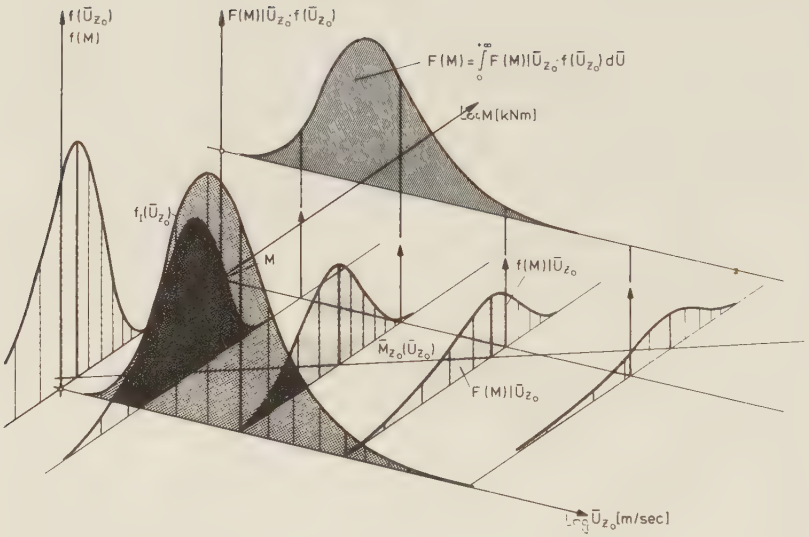


Bild 6.2: Ermittlung der Verteilungsfunktion nach Gl. (6.7)

6.3 Berücksichtigung der projektierten Nutzungsdauer

Die auf diese Weise bestimmten Beanspruchungswahrscheinlichkeiten sind immer dann bezogen auf ein Jahr, wenn die Parameter α und $\hat{U}$ durch Anpassung von Jahresextremwerten ermittelt wurden. Eine Extrapolation auf eine projektierte Nutzungsdauer des Bauwerks von T Jahren erhält man durch Voraussetzung statistischer Unabhängigkeit der Ereignisse zu

$$F_T(M) = \left[F(M)\right]^T \tag{6.8}$$

bzw.

$$f_T(M) = T \cdot \left[F(M)\right]^{T-1} \cdot f(M) \tag{6.9}$$

Darin bezeichnet $F_T(M)$ die Wahrscheinlichkeit des Nichtüberschreitens eines bestimmten Biegemomentes M innerhalb des Zeitraumes von T Jahren, $f_T(M)$ ist die zugehörige Dichtefunktion.

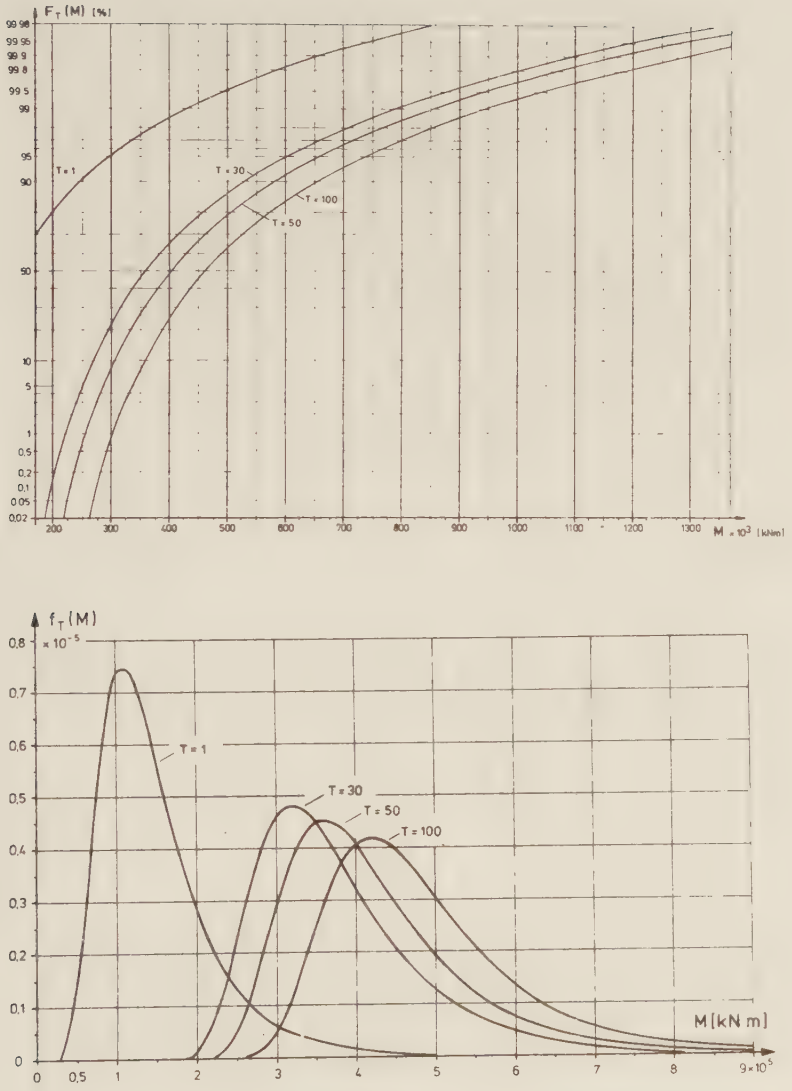


Bild 6.3 Verteilungs- und Dichtefunktion des Einspannmomentes des Beispiels aus Abschnitt 10 für verschiedene projektierte Nutzungszeiträume T

6.4 Abhängigkeit der Standardabweichung von der mittleren Windgeschwindigkeit

Wie bereits erwähnt, ist sowohl der Mittelwert des Biegemomentes $\bar{M}$ aus der bedingten Wahrscheinlichkeit f (M) / $\bar{U}_{Z0}$ als auch die zugehörige Standardabweichung σ_M eine Funktion der mittleren Windgeschwindigkeit $\bar{U}_{Z0}$. Während das Biegemoment M gemäß Gl. (5.17) proportional zum Quadrat der mittleren Windgeschwindigkeit ist, zeigt die aus den Reaktionsspektren ermittelte Standardabweichung σ_M einen leicht überproportionalen Verlauf. Dies liegt an dem mit zunehmender Windgeschwindigkeit wachsenden Resonanzanteil im Reaktionsspektrum.

Deutlicher wird dieser Zusammenhang bei einer Aufspaltung der Gesamtvarianz σ_M^2 in einen quasistatischen Anteil $\sigma_{M,Q}^2$ und einen resonanten Anteil $\sigma_{M,R}^2$:

$$\sigma_M^2 = \sigma_{M,Q}^2 + \sigma_{M,R}^2 \tag{6.10}$$

Anschaulich stellt $\sigma_{M,Q}^2$ den Flächeninhalt unter der Spektralfunktion ohne die Resonanzspitzen im Bereich der Eigenfrequenzen dar. Deren Flächeninhalt beträgt dann $\sigma_{M,R}^2$.

Während der quasistatische Anteil der Standardabweichung $\sigma_{M,Q}$ mit einer Beziehung

$$\sigma_{M,Q} = K_{M,Q} \cdot \bar{U}_{z_c}^2 \tag{6.11}$$

erfaßt werden kann, also wie der statische Mittelwert $\bar{M}$ proportional zum Quadrat der mittleren Windgeschwindigkeit verläuft, liefert nur der resonante Anteil $\sigma_{M,R}$ einen überproportionalen Beitrag zur gesamten Standardabweichung:

$$\sigma_{M,R} = K_{M,R} \cdot \bar{U}_{z_c}^{\lambda} \tag{6.12}$$

Hierin stellt λ einen Exponenten dar, der größer als 2 ist.

Die gesamte Standardabweichung ergibt sich dann zu

$$\sigma_M = \sqrt{K_{M,Q}^2 \cdot \bar{U}_{z_0}^4 + K_{M,R}^2 \cdot \bar{U}_{z_0}^{2\cdot\lambda}} \qquad (6.13)$$

Da nur der Resonanzanteil überproportionale Anteile liefert, hängt der überproportionale Charakter der gesamten Standardabweichung maßgeblich vom Verhältnis des Resonanzanteils zum quasistatischen Anteil ab. NIEMANN gibt in /87/ für Kühltürme einen Ansatz der Form

$$\frac{\tilde{\sigma}_R^2}{\sigma_Q^2} = K(\delta) \cdot \left(\frac{d}{L}\right)^{2/3} \cdot \tilde{U}_{10}^{\varepsilon} \qquad (6.14)$$

an, wobei mit

$$\tilde{U}_{10} = \frac{\bar{U}_{10}}{d \cdot \min f} \qquad (6.15)$$

die Frequenzlage der Erregung zur kleinsten Eigenfrequenz berücksichtigt wird. $K(\delta)$ ist ein von der Größe der Dämpfung abhängiger Parameter und mit d/L wird das Verhältnis Bauwerksgröße (bei Kühltürmen der mittlere Durchmesser) zur Turbulenzlänge erfaßt. Der Exponent ε gibt den überproportionalen Charakter des Resonanzanteils bei wachsender Windgeschwindigkeit wieder und wird von NIEMANN für Kühltürme mit $\varepsilon \sim 2{,}7$ angegeben.

Grundsätzlich lassen sich die Linearfaktoren $K_{M,Q}$ und $K_{M,R}$ sowie der Exponent λ in Gl. (6.13) durch die Integration mehrerer Reaktionsspektren bei unterschiedlichen mittleren Windgeschwindigkeiten ermitteln. So ergab sich z.B. für den Einspannquerschnitt des Beispiels aus Abschnitt 10 ein Exponent von $\lambda = 2{,}55$. Der numerische Aufwand dieser Berechnung wird in vielen praktischen Fällen jedoch nicht vertretbar erscheinen, zumal für die Berechnung der Versagenswahrscheinlichkeit nur ein relativ schmal begrenzter Bereich der möglichen Windgeschwindigkeiten ergebnisrelevant ist. Hierfür wird es ausreichend sein, das Reaktionsspektrum für eine mittlere Windgeschwindigkeit dieses Bereiches zu ermitteln und dann die Standardabweichung näherungsweise als proportional zum Mittelwert anzunehmen:

$$\sigma_M \cong K_\sigma \cdot \bar{M} \qquad (6.16)$$

Der prinzipielle Berechnungsvorgang für die Verteilungsfunktion F (M) des Biegemomentes gemäß Gl. (6.7) ist anschaulich dargestellt in Bild 6.2. Bild 6.3a zeigt die Ergebnisse der numerischen Berechnung von $F_T(M)$ für verschiedene Nutzungszeiträume T nach Gl. (6.8) für das Einspannmoment des Beispiels aus Abschnitt 10, Bild 6.3b gibt die zugehörige Dichtefunktion f_T (M) gemäß Gl. (6.9) wieder.

Mit Hilfe der Dichtefunktion f_T (M) für die projektierte Nutzungsdauer T kann nun die Beanspruchung eines bestimmten Querschnitts durch ein Biegemoment M aus aerodynamischer Belastung als Basisvariable formuliert und zusammen mit der Beanspruchbarkeit einer Grenzzustandsbetrachtung zugeführt werden, wie in Abschnitt 7 gezeigt wird.

7. Der Grenzzustand der Tragfähigkeit

7.1 Allgemeines

Der Beanspruchung eines Querschnitts durch ein Biegemoment M steht gegenüber die Tragfähigkeit des betrachteten Querschnitts, die aber nur bei einer in erster Nährung deterministischen Betrachtung des Problems eine zahlenmäßig feste Größe darstellt. Streuungen der Werkstoffestigkeiten und der Querschnittsgeometrie führen hingegen dazu, daß auch die aufnehmbaren Schnittgrößen einer statistischen Verteilung unterliegen. Da diese an der Tragfähigkeit beteiligten Kenngrößen unterschiedliche statistische Eigenschaften besitzen, ist es numerisch zweckmäßig, sie bei einer Grenzzustandsbetrachtung als eigenständige Basisvariable zu berücksichtigen. Außerdem liegen für die einzelnen Parameter selbst umfangreichere Untersuchungsergebnisse zur Beschreibung der Verteilung vor, als dies bei einer abgeleiteten Größe wie der Tragfähigkeit überhaupt möglich ist. Der Zusammenhang zwischen den Basisvariablen und der Tragfähigkeit wird dann hergestellt unter Verwendung eines mechanischen Modells und Formulierung eines Grenzzustandskriteriums, wie dies in Abschnitt 7.5 gezeigt wird. Die Normalkraft nimmt dabei in gewisser Weise eine Sonderstellung ein (vgl. Abschnitt 7.4).

Die Basisvariablen der Tragfähigkeit lassen sich unterteilen in Variable der Werkstoffestigkeiten und Variable der Querschnittsgeometrie:

7.2 Die Basisvariablen der Werkstoffestigkeiten

7.2.1 Beton

Die Festigkeit von Beton wird bei einem Bauwerk laufend durch die Herstellung und Prüfung von Probewürfeln überwacht. Dennoch wird die Festigkeit des Betons im Bauwerk von der der Prüfkörper abweichen. Unterschiedliche Verdichtung, mögliche Entmischung oder vom Prüfkörper abweichende Erhärtungsbedingungen sind nur einige Gründe hierfür.

Die Festigkeitsklassifizierung nach DIN 1045/68/ berücksichtigt außerdem nicht mögliche unterschiedliche Betonzusammensetzungen und Herstellungsarten, so daß die Festigkeiten des Betons allgemein stark schwanken.

Die statistischen Eigenschaften der Betonfestigkeit werden daher in Anlehnung an Untersuchungen von LEWANDOWSKI /60/ und RÜSCH /31/ wie folgt erfaßt:

Zwischen der für die Biege- und Normalkrafttragfähigkeit maßgebenden Prismenfestigkeit des Betons β_p und der an Prüfkörpern experimentell ermittelten Würfeldruckfestigkeit β_w besteht eine systematische Abweichung, die durch einen deterministischen Faktor von 0,85 erfaßt werden kann:

$$\beta_p = 0{,}85\,\beta_w \tag{7.1}$$

Die Nennfestigkeit β_{WN} nach DIN 1045 /68/ ist definiert als 5%-Fraktile einer normalverteilten Grundgesamtheit der Würfeldruckfestigkeiten, so daß sich der Mittelwert der Würfeldruckfestigkeiten $\bar{\beta}_w$ in Abhängigkeit der Nennfestigkeit β_{WN} ergibt zu

$$\bar{\beta}_w = \beta_{WN} + 1{,}645\,\sigma_{\beta_w} \tag{7.2}$$

Für den Mittelwert der Prismenfestigkeit $\bar{\beta}_p$ läßt sich daher mit Gl. (7.1) schreiben:

$$\bar{\beta}_p = 0{,}85\,\beta_{WN} + 1{,}645\,\sigma_{\beta p} \tag{7.3}$$

bzw. mit dem Variationskoeffizienten $V_{\beta p}$:

$$\bar{\beta}_p = \frac{0{,}85\,\beta_{WN}}{1 - 1{,}645\,V_{\beta p}} \tag{7.4}$$

Die Angaben über den Variationskoeffizienten schwanken zwischen 10 % und 25 %. Legt man einen Variationskoeffizienten von 15 % zugrunde, ergibt sich z. B. bei einer Betongüte B 25 ein Mittelwert der Prismenfestigkeit von

$$^{25}\bar{\beta}_p = 28{,}21 \ \mathrm{MN/m^2}$$

und eine Standardabweichung von

$$^{25}\sigma_{\beta p} = 4{,}23 \ \mathrm{MN/m^2}$$

Im allgemeinen wird der Berechnung eine Gauß-Normalverteilung der Form

$$f(\beta_p) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma_{\beta p}} \cdot e^{-\frac{(\beta_p - \bar{\beta}_p)^2}{2\sigma_{\beta p}^2}} \tag{7.5}$$

oder eine logarithmische Normalverteilung der Form

$$f(\beta_p) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\cdot\sigma_{\beta p}\cdot\beta_p} \cdot e^{-\frac{(\ln\beta_p - \ln\bar{\beta}_p)^2}{2\sigma_{\beta p}^2}} \tag{7.6}$$

zugrundegelegt.

Wird die rechnerische Spannungs-Dehnungs-Beziehung durch das Parabel-Rechteck-Diagramm gemäß DIN 1045/68/ erfaßt, so wird die Streuung der Prismenfestigkeit im $\sigma - \varepsilon$-Zusammenhang durch eine affine Verzerrung entsprechend Bild 7.1 berücksichtigt.

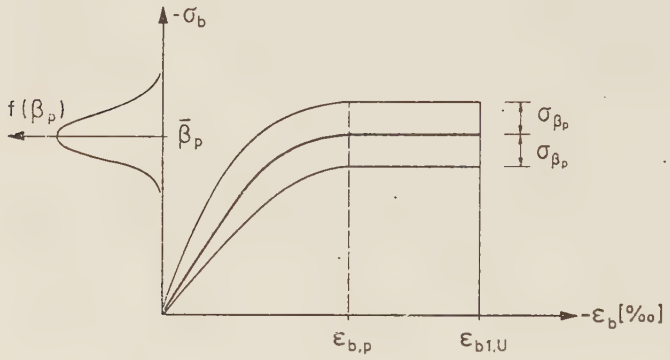


Bild 7.1: Spannungs-Dehnungs-Beziehung des Betons bei streuender Prismenfestigkeit

Mittelwert und Standardabweichung der Betonzugfestigkeit werden in Übereinstimmung mit /68/ zu Null angemommen.

7.2.2 Betonstahl

Die Streckgrenze des Betonstahl streut weitaus weniger als die Betonfestigkeit. Die Variationskoeffizienten werden je nach Stahlgüte zwischen 2 % und 8 % angegeben /35/. Für einen BSt 420/500 gibt JÄNICHE /36/ einen Variationskoeffizienten von 6 % an.

Der Mittelwert $\bar{\beta}_s$ wird aus dem in DIN 1045/68/ als 5 %-Fraktile einer normalverteilten Grundgesamtheit definierten Nennwert β_{sN} errechnet:

$$\bar{\beta}_s = \frac{\beta_{sN}}{1 - 1{,}645\, V_{\beta_s}} \tag{7.7}$$

Für einen BSt 420/500 ergibt sich damit ein Mittelwert von

$$^{III}\bar{\beta}_s = 465{,}99 \text{ MN/m}^2$$

und eine Standardabweichung von

$$^{III}\hat{\sigma}_{\beta_s} = 27{,}96 \text{ MN/m}^2$$

Die Verteilung kann wieder durch eine Gauß-Normalverteilung oder eine logarithmische Normalverteilung analog Gl (7.5) bzw. (7.6) beschrieben werden.

Die Spannungs-Dehnungs-Beziehung wird durch ein bilineares Gesetz gemäß DIN 1045 erfaßt, wobei der Elastizitätsmoduls des Stahl E_s im allgemeinen als nicht streuend angesetzt wird. Man erhält damit die in Bild 7.2 dargestellte Werkstoffkennlinie des Betonstahls.

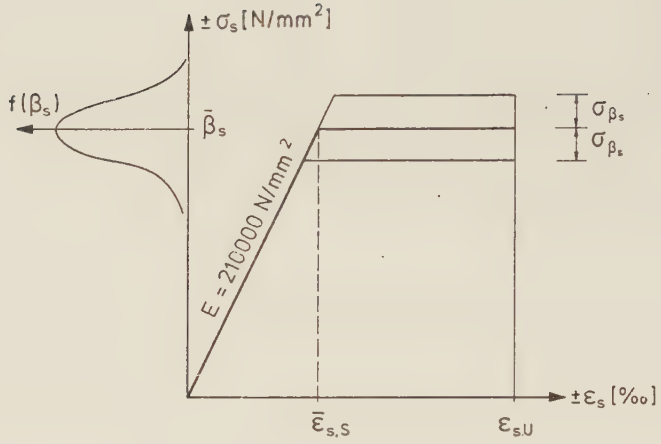


Bild 7.2: Spannungs-Dehnungs-Beziehung des Betonstahls bei streuender Streckgrenze

7.3. Geometrische Basisvariable

7.3.1 Bezeichnungen

Als sogenannte geometrische Basisvariable eines Kreisringquerschnitts werden alle Querschnittsabmessungen sowie die Bewehrungsgrade der im allgemeinen doppelten Vertikalbewehrung bezeichnet.

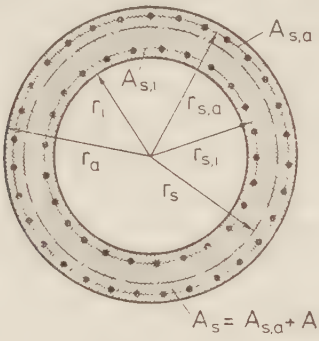


Bild 7.3: Bezeichnungen des Kreisringquerschnitts

Gemäß Bild 7.3 bezeichnen die Größen

r_a, r_i	:	Außen- bzw. Innenradius des Querschnitts
$r_{s,a}$, $r_{s,i}$	:	Radius der äußeren bzw. inneren Vertikalbewehrung
r_s	:	Radius der im Schwerpunkt zusammengefaßten äußeren u. inneren Vertikalbewehrung (Gl. 7.1o)
$A_{s,a}$, $A_{s,i}$	:	Querschnittsfläche der äußeren bzw. inneren Vertikalbewehrung

Es gilt

$$A_{s,a} = \mu_{o,a} \cdot r_{s,a} \cdot (r_a - r_i) \qquad (7.8)$$

bzw.

$$A_{s,i} = \mu_{o,i} \cdot r_{s,i} \cdot (r_a - r_i) \qquad (7.9)$$

Von den vorgenannten Parametern sind die Radien bauausführungsbedingt streuende Größen, während die Bewehrungsquerschnitte, schließt man den groben Irrtum durch fehlende Bewehrungsstäbe oder Einbau falscher Stabdurchmesser aus, produktionsbedingte streuende Werte aufweisen.

7.3.2 Imperfektionen der Bauausführung

7.3.2.1 Einflußfaktoren und vorliegende Untersuchungsergebnisse

Die Abmessungen des betrachteten Kreisringquerschnitts, hier gekennzeichnet durch den Außen- bzw. Innenradius, sowie die Lage der äußeren bzw. inneren Vertikalbewehrung werden durch die statische Berechnung des Bauwerks und die Ausführungspläne als Sollwerte vorgegeben.
Ausgeführte Bauwerke weisen jedoch immer mehr oder weniger starke Abweichungen von diesen Sollwerten auf. Bei turmartigen Bauwerken hängen sie ab von der Herstellungsart (Gleit- oder Kletterschalung), dem Meßverfahren zur Einrichtung der Schalung, dem Schalungssystem und seinen Nachstellmöglichkeiten der Schalungstafeln, der Art des Bewehrungseinbaus, den Witterungsverhältnissen während der Bauzeit und schließlich der Sorgfalt der Bauausführung, um nur die wesentlichsten Faktoren zu nennen.

Will man den Einfluß dieser Imperfektionen auf die Zuverlässigkeit erfassen, stellt man leider fest, daß zu wenig Meßergebnisse vorliegen, die eine statistisch gesicherte Aussage erlauben. Zwar gibt es seit einiger Zeit eine Reihe von Vorschriften über Maßtoleranzen im Bauwesen (z.B. /61/ bis /65/), es fehlen jedoch Angaben, die eine Klassifikation der jeweiligen Genauigkeitsansprüche erlauben. Außerdem sind die Grenzen vielfach so eng, daß sie in der Praxis fast immer überschritten würden. Die Toleranzen der Vorschriften können daher nur als Richtwerte verstanden werden.

Speziell für turmartige Bauwerke fehlen Angaben über Maßabweichungen in der Literatur völlig. Man ist deswegen darauf

angewiesen, Veröffentlichungen vornehmlich aus dem allgemeinen Hochbau (/37/, /38/, /39/, /42/, /66/) sinnvoll auf turmartige Bauwerke zu übertragen.

7.3.2.2 Querschnittsabmessungen

Fast einheitlich zeigen diese Meßergebnisse, daß die Mittelwerte der Bauwerksabmessungen mit den Sollwerten übereinstimmen. Diese Eigenschaft kann auch bei turmartigen Bauwerken vorausgesetzt werden, obwohl vereinzelt bei Gleitschalung von systematisch zu großen Wandstärken berichtet wird. Die Standardabweichungen werden bei Stahlbetonfertigteilen /37/, /38/ und bei Ortbetonstützen /39/ mit Werten zwischen 0,3 cm und 1,0 cm angegeben. Diese Größenordnung erscheint jedoch im Hinblick auf die Ausführungsart turmartiger Bauwerke als zu gering.

Daher wird an dieser Stelle die Streuung der Querschnittsabmessungen wie folgt berücksichtigt:
Da bei den meisten Gleitverfahren die Innenschalung unabhängig von der Außenschalung verspindelt werden kann, werden auch in der numerischen Berechnung die Innenradien r_i und die Außenradien r_a als getrennte Basisvariable eingeführt. Ihre Mittelwerte $\overline{r}_i$ bzw. $\overline{r}_a$ entsprechen dabei den Sollwerten. Für die jeweiligen Standardabweichungen σ_{r_i} bzw. σ_{r_a} erscheinen Werte um 2,0 cm als realistisch. Als Verteilung wird eine Gauß-Normalverteilung gewählt. Auf diese Art und Weise werden bei der späteren Monte-Carlo-Simulation sowohl mögliche reine Wandstärkenstreuungen bei ansonsten planmäßigem Radius der Mittellinie, als auch einseitige Veränderung des Durchmessers, also Ausbuchtungen bzw. Einschnürungen erfaßt.

7.3.2.3 Lage der Bewehrung

Die wenigen bekannten Messungen der Betondeckung deuten auf eine Standardabweichung unter 1,0 cm. So wird in /42/ eine Standardabweichung von 0,6 cm, in /39/ ein Wert von 0,74 cm bis 0,9 cm mitgeteilt. Meistens liegt der Mittelwert der Betondeckung geringfügig über dem Sollwert. Diese Eigenschaft wurde vornehmlich bei obenliegender Bewehrung von Unterzügen

und Decken mit planmäßig geringer Betondeckung festgestellt, so daß eine ähnliche Signifikanz bei turmartigen Bauwerken mit in der Regel großer Betondeckung über 3 cm (DIN 1056 /69/) nicht erwartet wird. Im allgemeinen Fall werden die Randabstände der äußeren Bewehrung $d_a = r_a - r_{s,a}$ und der inneren Bewehrung $d_i = r_{s,i} - r_i$ als getrennte Basisvariable behandelt. Im Hinblick auf den geringen Einfluß bei der Tragfähigkeit können jedoch, wie auch bei deterministischen Bemessungsmethoden üblich, die beiden Bewehrungslagen in ihrem Schwerpunkt zusammengefaßt werden, für den dann gilt:

$$r_s = r_{s,i} + \frac{\mu_{o,a} \cdot (r_{s,a} - r_{s,i})}{\mu_{o,i} + \mu_{o,a}} \qquad (7.10)$$

Die Lage der Bewehrung wird somit durch nur eine Basisvariable, dem Radius des Bewehrungsschwerpunktes erfaßt. Als Mittelwert $\overline{r_s}$ wird der aus den Sollwerten der Randabstände der äußeren bzw. inneren Bewehrung ermittelte Wert gewählt. Beachtet werden muß dabei allerdings, daß r_s dann als nach Gl. (7.10) abgeleitete Größe, im Gegensatz zu den Randabständen d_a bzw. d_i nicht unabhängig von den Querschnittsabmessungen r_a und r_i streut. Bei der späteren Monte-Carlo-Simulation durch einen Zufallszahlengenerator muß r_s daher als "nachgeschaltete" Variable behandelt werden, d.h. der Mittelwert $\overline{r_s}$ ist dann keine feste Größe, sondern variiert mit der Realisation der Querschnittsabmessungen.

Als Standardabweichung σ_{r_s} kann ein Wert von 1,5 cm gewählt werden. Als Verteilungsfunktion wird eine Normalverteilung zugrunde gelegt, die dadurch begrenzt wird, daß die Bewehrung nicht außerhalb des Querschnitts angeordnet werden kann.

7.3.3 Querschnittsfläche der Bewehrung

Setzt man voraus, daß sich grobe Fehler bei der Bauausführung wie Weglassen von Bewehrungsstäben oder Verwechslung der Bewehrungsdurchmesser durch gezielte Kontrollen ausschließen lassen (vgl. Abschnitt 2), so sind Streuungen der Bewehrungsquerschnitte produktionsbedingt.

Nach DIN 488/67/ darf die Sollquerschnittsfläche von Bebewehrungsstäben um höchstens 4 % unterschritten werden. Deutet man den so definierten Mindestquerschnitt als 5 % - Fraktile einer normalverteilten Grundgesamtheit, so erhält man die zugehörige Standardabweichung zu

$$\sigma_{A_s} = \frac{0{,}04}{1{,}645}\,\bar{A}_s = 0{,}0243\,\bar{A}_s \qquad (7.11)$$

wobei der Mittelwert $\bar{A}_s$ mit dem Sollwert übereinstimmt. Obwohl sich die Querschnittsschwankungen im Gesamtquerschnitt aufheben dürften, wird eine vollständige Korrelation der einzelnen Stäbe im Druck- und im Zugbereich angenommen.

7.4 Einfluß der Normalkraft

Turmartige Bauwerke werden außer durch Wind noch durch Vertikallasten beansprucht. Die daraus für die einzelnen Schaftquerschnitte resultierenden Normalkräfte sind grundsätzlich Druckkräfte. Ihr dominierender Anteil entsteht dabei durch das Eigengewicht des Bauwerks. Vor allem bei Schornsteinen haben Verkehrslasten einen im Vergleich zum Eigengewicht nahezu vernachlässigbaren Anteil.

Im betrachteten Schaftquerschnitt entsteht also eine Beanspruchung durch Biegung mit Normalkraft. Für einen solchen Fall läßt sich aber die Tragfähigkeit (Beanspruchbarkeit) nicht unabhängig von den Schnittgrößen aus äußerer Belastung angeben, da die Größe der Normalkraft N einen Einfluß auf das vom Querschnitt aufnehmbare Moment M hat. Dies wird bereits im deterministischen Fall bei der Betrachtung eines Interaktionsdiagramms deutlich, wie es in Bild 7.4 für das Beispiel eines symmetrisch bewehrten Rechteckquerschnitts mit Grenzdehnungszuständen nach DIN 1045/68/ dargestellt ist. Erfolgt im Hinblick auf das Vorangesagte eine Beschränkung auf negative Vorzeichen von N, so läßt sich das Interaktionsdiagramm prinzipiell in drei Bereiche unterteilen. Der Bereich I ist dadurch gekennzeichnet, daß eine größerwerdende Normalkraft auch die Aufnahme eines größeren Momentes erlaubt, da sie die gefährdete Zugseite überdrückt. Im Gegensatz dazu kann im Bereich III ein Versagen allein durch Druckbruch erfolgen, so daß eine Normalkraftssteigerung die Größe des aufnehmbaren Biegemomentes vermindert. Im Übergangsbereich II kann sowohl Zug- wie auch Druckversagen eintreten.

Übertragen auf turmartige Bauwerke bedeutet dies, daß die Normalkraft bei der Gegenüberstellung von Beanspruchung einerseits und Tragfähigkeit andererseits eine Sonderstellung einnimmt. Berücksichtigt man, daß die Normalkraft fast ausschließlich aus dem Eigengewicht und damit direkt aus den Bauwerksabmessungen resultiert, läßt sie sich sogar eher der Tragfähigkeit zurechnen als der Beanspruchung, wie das sonst üblicherweise geschieht.

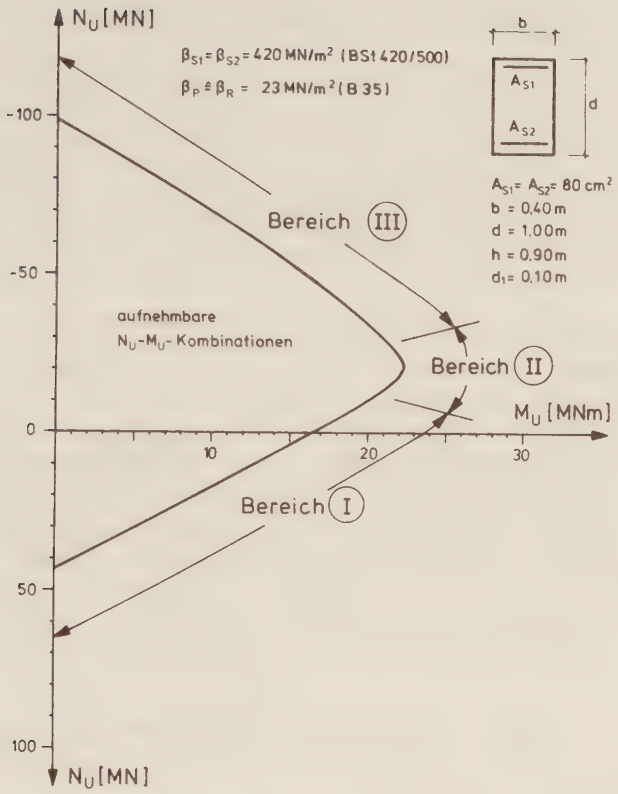


Bild 7.4: Interaktionsdiagramm eines symmetrisch bewehrten Rechteckquerschnitts (Grenzzustand)

Ihr Einfluß wird daher durch eine eigene Basisbariable erfaßt, deren Streuung sich vektoriell aus den Streuungen der Abmessungen und des spezifischen Gewichts zusammensetzt. Der Mittelwert $\bar{N}_g$ der annähernd normalverteilten Grundgesamtheit entspricht dabei dem aus den Abmessungen und dem mittleren spezifischen Gewicht berechneten Sollwert.
Als Variationskoeffizient V_{Ng} erscheint in Anlehnung an /71/ ein Wert von 0,05 als ausreichend.

7.5 Grenzzustand eines Kreisring-Querschnitts

Tritt der Verlust der Funktionsfähigkeit durch das Erreichen der Tragfähigkeit ein, so muß ein mechanischer Zusammenhang hergestellt werden zwischen dem Grenzzustand der Tragfähigkeit und den zugehörigen Schnittgrößen. Üblicherweise wird im Stahlbetonbau dieser Grenztragfähigkeitszustand definiert durch Grenzdehnungszustände, die nicht zwangsläufig mit dem Bruch des Querschnitts gleichzusetzen sind.

Schornsteine und Fernsehtürme aus Stahlbeton werden fast ausnahmslos in Kletter- oder Gleitschalung hergestellt. Ihr Schaftquerschnitt ist in aller Regel ein doppelt bewehrter Kreisring-Querschnitt. Für die Untersuchung der durch Grenzdehnungen definierten Grenzzustände der Tragfähigkeit solcher Querschnitte wurde die ALGOL-Prozedur "KREISRING" entwickelt, die für den allgemeinen Fall die Berücksichtigung folgender Basisvariablen zuläßt:

1. $M\ [KNm]$ - äußeres Biegemoment bezogen auf die Systemachse

2. $N\ [KN]$ - äußere Normalkraft bezogen auf die Systemachse

3. $\beta_p [KN/m^2]$ - Prismenfestigkeit des Betons

4. $\beta_s [KN/m^2]$ - Streckgrenze des Stahls

5. $A_{s,a}\ [cm^2]$ - Querschnittsfläche der äußeren Bewehrung

6. $A_{s,i}\ [cm^2]$ - Querschnittsfläche der inneren Bewehrung

7. $r_a\ [m]$ - Außenradius des Querschnitts

8. $r_i\ [m]$ - Innenradius des Querschnitts

9. $r_{s,a}$ [m] - Radius der äußeren Bewehrung

10. $r_{s,i}$ [m] - Radius der inneren Bewehrung

Gemäß Abschnitt 7.3.2.3 können die beiden Bewehrungslagen ohne nennenswerte Einschränkung der Genauigkeit zu einer zusammengefaßt werden, so daß sich die ursprüngliche Dimension von 10 auf 8 verringert.

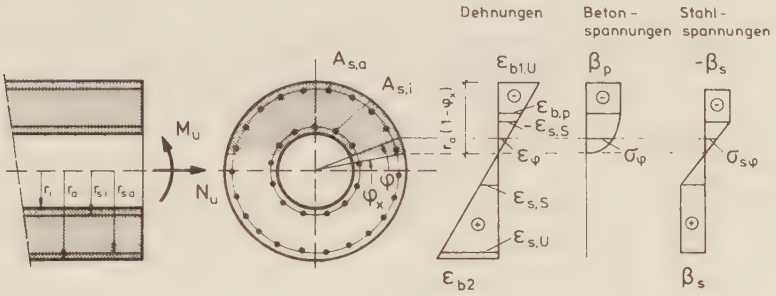


Bild 7.5 Grenzzustand eines doppelt bewehrten Kreisringquerschnitts

Die Grenzdehnungen ε_M und ε_S werden als Größen der Tragfähigkeitsdefinition deterministisch behandelt, können aber abweichend von DIN 1045 /68/ formuliert werden. (An dieser Stelle sei daran erinnert, daß der Entwurf zur Neufassung der DIN 1056 /70/ eine Beschränkung der Betonstauchung in der Mitte der gedrückten Schaftwand vorsieht.)
Die Spannungs-Dehnungs-Beziehungen für Beton und Stahl entsprechen prinzipiell DIN 1045/68/, jedoch mit dem erweiterten Ansatz für streuende Größen gemäß Bild 7.1 und 7.2.

Entsprechend der Zahl der Basisvariablen läßt sich mit der Prozedur eine maximal 10-dimensionale, nicht glatte Grenzzustandsfläche erfassen. Dazu wird iterativ derjenige Grenz-

dehnungszustand ermittelt, der Äquivalenz zwischen innerer und äußerer Normalkraft herstellt. Das eigentliche Versagenskriterium wird aus dem Vergleich des inneren Biegemoment mit dem äußeren gebildet. Vereinfachend wirkt sich aus, daß bei turmartigen Bauwerken nur Normalkräfte mit negativem Vorzeichen (Druckkräfte) zu berücksichtigen sind.

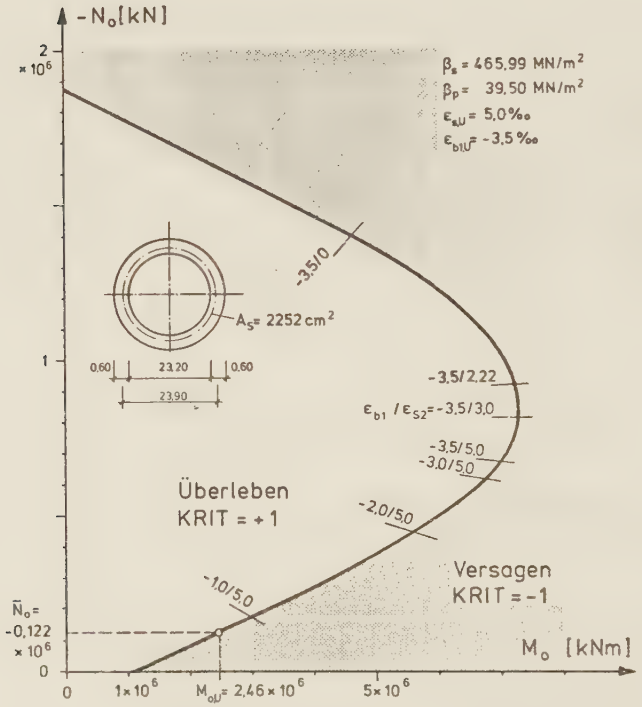


Bild 7.6 Grenzzustandsfunktion des Einspannquerschnitts für das Beispiel aus Abschnitt 10 für die Mittelwerte der Basisvariablen

Im deterministischen Fall der Querschnitts- und Werkstoffparameter läßt sich der Momenten-Normalkraft-Zusammenhang als Interaktionsdiagramm darstellen. In Bild 7.6 ist die Grenzzustandsfunktion nach DIN 1045/68/ dargestellt. Innerhalb des Bereiches KRIT= +1 gewährleisten Schnittgrößenkombinationen M-N das Überleben des Querschnitts, im Bereich KRIT= -1 führen solche Beanspruchungen zum Versagen.

8. Berechnung der Komponenten-Versagenswahrscheinlichkeit

8.1 Problemformulierung

Betrachtet man einen bestimmten Querschnitt (i) des Turmschaftes mit der Höhenkoordinate z_i als potentielle Versagenskomponente, so ergibt sich die zugehörige Versagenswahrscheinlichkeit $P_F^{(i)}$ gemäß Gl. (2.18) als Integral der Verbunddichte der zu berücksichtigenden Basisvariablen über den Versagensbereich (KRIT=-1).

$$P_F^{(i)} = \underbrace{\int\cdots\int}_{KRIT=-1} f(x_1, x_2, \ldots x_n)\, dx_1 dx_2 \ldots dx_n \qquad (8.1)$$

Bei einem Kreisringquerschnitt ergibt sich maximal ein 10-dimensionales Integral entsprechend der in Abschnitt 7.5 aufgeführten 10 Basisvariablen x_j. Die einseitigen Integralgrenzen sind festgelegt durch die ebenfalls 10-dimensionale, nicht glatte Grenzzustandsfläche, die den gesamten Zustandsraum in den Überlebensbereich (KRIT=+1) und den Versagensbereich (KRIT=-1) teilt.

Da für das Integral der Verbunddichte über den gesamten, n-dimensionalen Zustandsraum gilt:

$$P_F^{(i)} + P_S^{(i)} = \underbrace{\int_{x_1=-\infty}^{+\infty}\cdots\int_{x_n=-\infty}^{+\infty}}_{} f(x_1, x_2, \ldots x_n)\, dx_1 dx_2 \ldots dx_n = 1 \qquad (8.2)$$

erhält man bei Integration über den Überlebensbereich (KRIT=+1) mit

$$P_S^{(i)} = 1 - P_F^{(i)} = \underbrace{\int\cdots\int}_{KRIT=+1} f(x_1, x_2, \ldots x_n)\, dx_1 dx_2 \ldots dx_n \qquad (8.3)$$

die Wahrscheinlichkeit des Nichtüberschreitens eines vorgegebenen Grenzzustandes, die auch als Zuverlässigkeit der hier betrachteten Versagenskomponente bezeichnet wird.

Obwohl es wegen der komplementären Verknüpfung von $P_S^{(i)}$ und $P_F^{(i)}$ prinzipiell gleichgültig ist, welche der beiden Größen angegeben wird, so ist es jedoch numerisch günstiger, zuerst die Versagenswahrscheinlichkeit $P_F^{(i)}$ zu berechnen. Da im allgemeinen für Bauwerke eine Zuverlässigkeit gefordert wird, die nur wenig kleiner als 1 ist, ergeben sich für $P_S^{(i)}$ schnell Grenzen in der möglichen Zahlendarstellung.

Eine analytische Berechnung des Integrals (8.1) ist im vorliegenden Fall wegen der vielfältig nicht glatten n-dimensionalen Grenzzustandsfläche des Kreisringquerschnitts nicht möglich, so daß ein numerisches Nährungsverfahren verwendet werden muß.

8.2 Numerische Integration der Verbunddichte

8.2.1 Konventionelle Monte-Carlo-Verfahren

8.2.1.1 Allgemeine Eigenschaften

Monte-Carlo-Verfahren haben durch den zunehmenden Einsatz elektronischer Rechenanlagen immer mehr Anwendung gefunden bei der Lösung von Problemen der numerischen Mathematik. Insbesondere bei der Berechnung mehrdimensionaler Integrale sind MC-Verfahren vielfach anderen Verfahren, z.B. der Integration durch rationale Extrapolation /75/, hinsichtlich der bei gleicher Rechenzeit möglichen Genauigkeit überlegen.

Das Kennzeichnende der Monte-Carlo-Methode ist die Erzeugung gleichverteilter Zufallszahlen, mit deren Hilfe Zufallsrealisationen der Variablen gebildet werden. Die sich daraus ergebenden Resultate stellen dann Nährungslösungen des Problems dar.

Schwierig in der numreischen Behandlung erweist sich die Eigenschaft des Integrals in Gl. (8.1), einerseits Integrationsgrenzen zu besitzen, die durch eine analytisch nicht beschreibbare Grenzzustandsfläche bestimmt sind, andererseits sich entsprechend der Dichtefunktionen der Basisvariablen bis $\pm\infty$ zu erstrecken.

Numerische Verfahren verlangen jedoch stets die Angabe fester Integrationsgrenzen, so daß die Verbunddichte $f\ (x_1, x_2, \ldots x_n)$ ersetzt werden muß durch eine an den Grenzen x_j^u und x_j^o gestutzte Dichte $\hat{f}\ (x_1, x_2, \ldots x_n)$.
Bezüglich der dadurch hervorgerufenen Ungenauigkeit des Ergebnisses sei an dieser Stelle verwiesen auf /46/.

Die vor Durchführung der numerischen Berechnung gewählten Integrationsgrenzen sind daher grundsätzlich nachher im Hinblick auf die angestrebte Genauigkeit noch zu überprüfen.

8.2.1.2 Crude MC-Verfahren

Beim Crude MC-Verfahren werden mit Hilfe eines geeigneten Zufallszahlengenerators innerhalb eines durch die Grenzen der gestutzten Dichten vorgegebenen Gebietes

$$G = \prod_{j=1}^{n} (x_j^o - x_j^u) \tag{8.4}$$

gleichverteilte Zufallstupel $\dot{x}_1, \dot{x}_2, \ldots \dot{x}_3$ erzeugt, und die damit berechneten Funktionswerte $\dot{f}(\dot{x}_1, \dot{x}_2, \ldots \dot{x}_n)$ der Verbunddichte als Zufallsvariable für das gesuchte Ergebnis des Integrals nach Gl. (8.1) verwendet (Bild 8.1). Der Punkt über x_j bzw. $f(x_j)$ soll dabei deutlich machen, daß es sich um einzelne Realisationen des Problems handelt.

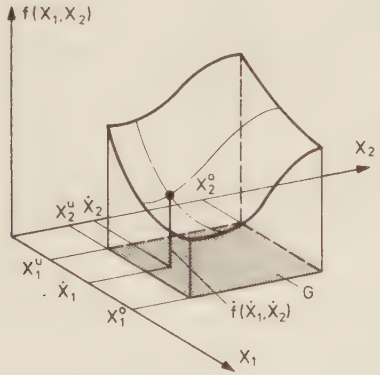


Bild 8.1 Crude MC-Integration

Da sich die Integration nur über den Versagensbereich mit KRIT=-1 erstrecken soll, das Gebiet G jedoch auch Teile des Überlebensbereichs KRIT=+1 erfaßt, wird für alle Funktionswerte des Überlebensbereiches gesetzt:

$$\dot{f}(\dot{x}_1, \dot{x}_2, \ldots \dot{x}_n) = 0 \qquad (KRIT=+1)$$

Bezeichnet r die Anzahl der durchgeführten Realisationen des Problems, so lassen sich Mittelwert $\bar{f}$ und Varianz σ_f^2 der Zufallsvariablen $\dot{f}(\dot{x}_1, \dot{x}_2, \ldots \dot{x}_n)$ angeben:

$$\bar{f} = \frac{1}{r} \sum_{K=1}^{r} \dot{f}^{K} (\dot{x}_1^{K}, \dot{x}_2^{K}, \ldots \dot{x}_n^{K}) \tag{8.5}$$

$$\sigma_f^2 = \frac{1}{r-1} \sum_{K=1}^{r} \left[\dot{f}^{K} (\dot{x}_1^{K}, \dot{x}_2^{K}, \ldots \dot{x}_n^{K}) - \bar{f} \right]^2 \tag{8.6}$$

Die gesuchte Versagenswahrscheinlichkeit ergibt sich dann als Nährungswert durch Multiplikation des Mittelwertes $\bar{f}$ mit dem Volumen des Gebietes G

$$\tilde{p}_F^{(1)} = \frac{G}{r} \sum_{K=1}^{r} \dot{f}^{K} (\dot{x}_1^{K}, \dot{x}_2^{K}, \ldots \dot{x}_n^{K}) \tag{8.7}$$

8.2.1.3 Verwerfungsmethode

Die Verwerfungsmethode unterscheidet sich vom Crude-MC-Verfahren dadurch, daß für die Funktionswerte der Verbunddichte eine zusätzliche Dimension a eingeführt wird, für deren obere Schranke ein Wert f_o gewählt werden muß.
Dabei muß für alle x_j des Gebietes G gelten:

$$\dot{f}(\dot{x}_1, \dot{x}_2, \ldots \dot{x}_n) \leq f_o$$

Nun werden r gleichverteilte Zufallszahlen $\dot{x}_1$, $\dot{x}_2$, $\ldots\dot{x}_n$, $\dot{a}$ im (n+1)-dimensionalen Raum erzeugt, wobei jeweils zu überprüfen ist, ob die Bedingung

$$\dot{f}(\dot{x}_1, \dot{x}_2, \ldots \dot{x}_n) \geq \dot{a} \qquad (8.8)$$

erfüllt ist oder nicht (Bild 8.2). Bezeichnet man die Anzahl der Realisationen für die diese Bedingung erfüllt ist mit $\hat{r}$, so ergibt sich die gesuchte Versagenswahrscheinlichkeit nach der Verwerfungsmethode als Nährungswert zu

$$\tilde{p}_F^{(r)} = \frac{\hat{r}}{r} G f_o \qquad (8.9)$$

Auch hier werden alle Funktionswerte $\dot{f}$ $(\dot{x}_1, \dot{x}_2, \ldots \dot{x}_n)$ innerhalb des Überlebensbereiches zu Null gesetzt.

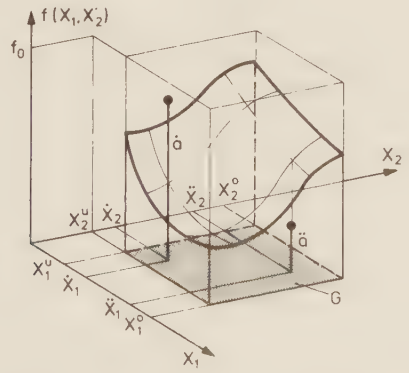


Bild 8.2 Integration mit der Verwerfungsmethode

8.2.1.4 Abschätzung der Genauigkeit

Man stellt leicht fest, daß zur Erzielung gleicher Ergebnisgenauigkeit bei der Verwerfungsmethode mehr Realisationen erforderlich sind als beim Crude MC-Verfahren, da durch die Einführung einer zusätzlichen Dimension nur Nährungswerte der Verbunddichte ermittelt werden, wo hingegen beim Crude MC-Verfahren die Verbunddichtewerte direkt berechnet werden.
Die in Abhängigkeit der Stichprobenzahl r erreichte Genauigkeit des Wertes $\tilde{P}_F^{(i)}$ kann angegeben werden, wenn dieser selbst wieder als Zufallsrealisation einer Verteilung $F(P_F^{(i)})$ aufgefaßt wird.

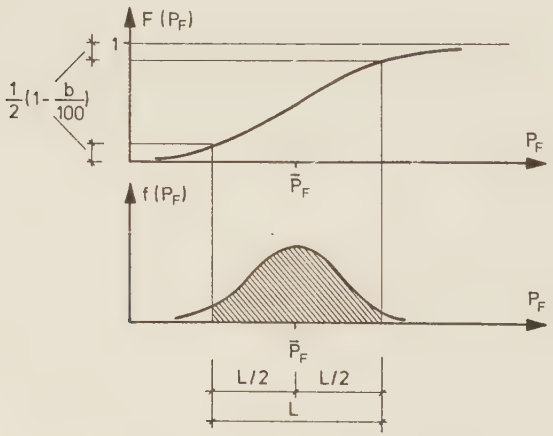


Bild 8.3 Genauigkeit der Versagenswahrscheinlichkeit durch Angabe des Konfidenzintervalls

Der Mittelwert dieser Verteilung $\bar{P}_F^{(i)}$ stellt dann den unbekannten exakten Wert der gesuchten Versagenswahrscheinlichkeit $P_F^{(i)}$ dar. Ihre Varianz berechnet sich zu

$$\sigma^2_{\bar{P}_F} = \frac{G^2}{r}\,\sigma^2_{\ell} \qquad (8.10)$$

wobei σ_f^2 die Varianz der Zufallsvariablen $\dot{f}(\dot{x}_1, \dot{x}_2, \ldots \dot{x}_n)$ der Verbunddichte nach Gl. (8.6) darstellt. Mit Hilfe des Konfidenzintervalls L läßt sich nun angeben, welchen maximalen Abstand der Näherungswert $\tilde{P}_F^{(i)}$ vom exakten Wert $P_F^{(i)}$ mit einer Wahrscheinlichkeit b % einnehmen kann.
Es gilt:

$$L = 2 \cdot t(r,b) \frac{G}{\sqrt{r}} \sigma_f \qquad (8.11)$$

wobei t(r,b) die Signifikanzschranken der Student-Verteilung sind, die in Standardwerken der Statistik, z.B. /80/, tabelliert vorliegen, oder als Bibliotheksprozeduren in den meisten Rechenzentren verfügbar sind.

Gibt man umgekehrt Gl. (8.11) als Kriterium für die Genauigkeit des zu berechnenden Wertes $\tilde{P}_F^{(i)}$ der Versagenswahrscheinlichkeit in der Form

$$P\left(L \leq \frac{\gamma}{100} \tilde{P}_F^{(i)}\right) \stackrel{!}{=} \frac{b}{100} \qquad (8.12)$$

vor, läßt sich die erforderliche Stichprobenzahl r angeben, bei der ein solcher Wert mit b % Wahrscheinlichkeit höchstens mit einer Toleranz von γ % vom exakten Wert $P_F^{(i)}$ abweichen kann. Da sich die Standardabweichung σ_f für ausreichend große Werte von r nahezu unabhängig von r verhält, ergibt sich die Länge eines b %-Konfidenzintervalls als Funktion von $1/\sqrt{r}$
Das bedeutet, daß hinreichend genaue Ergebnisse nur mit einer sehr hohen Stichprobenzahl r zu erreichen sind. Der damit verbundene numerische Aufwand ist für die vorliegende Aufgabenstellung zu hoch. Eine erhebliche Ruduzierung der bei gleicher Genauigkeit erforderlichen Stichproben ist durch die Anwendung varianzreduzierender Techniken möglich, wie im nächsten Abschnitt gezeigt wird.

8.2.2 Verfahren mit varianzreduzierender Technik

8.2.2.1 Prinzip des Verfahrens

Wird das gesamte Integrationsgebiet G als in q Teilgebiete G_j gegliedert betrachtet, so kann die Varianz σ_f^2 der Verbunddichten im Gesamtgebiet als

$$\sigma_f^2 = \sum_{j=1}^{q} \left[\frac{G_j}{G} \sigma_{f,j}^2 + \frac{G_j}{G} \left(\bar{f}_j - \bar{f} \right)^2 \right] = \sum_{j=1}^{q} \frac{G_j}{G} \left[\sigma_{f,j}^2 + \left(\bar{f}_j - \bar{f} \right)^2 \right] \quad (8.13)$$

angeschrieben werden, wenn $\sigma_{f,j}^2$ die Teilvarianz und $\bar{f}_j$ den Mittelwert der Verbunddichtewerte innerhalb des Teilgebietes G_j bezeichnen. Nach Gl. (8.10) beträgt die Varianz der Versagenswahrscheinlichkeit

$$\sigma_{P_F}^2 = \frac{G^2}{\tau} \sigma_f^2$$

so daß sich mit Gl. (8.13) ergibt

$$\sigma_{P_F}^2 = \sum_{j=1}^{q} \frac{G \cdot G_j}{\tau} \left[\sigma_{f,j}^2 + \left(\bar{f}_j - \bar{f} \right)^2 \right] \quad (8.14)$$

Geht man nun bei der Berechnung der Versagenswahrscheinlichkeit $\tilde{P}_F^{(i)}$ so vor, daß man sie als Summe der innerhalb der Teilgebiete vorhandenen Teilversagenswahrscheinlichkeiten $\tilde{P}_{F,j}^{(i)}$ zu

$$\tilde{P}_F^{(i)} = \sum_{j=1}^{q} \tilde{P}_{F,j}^{(i)} \quad (8.15)$$

ermittelt, so ergibt sich auch die Gesamtvarianz als Summe der Teilvarianzen:

$$\sigma_{P_F}^2 = \sum_{j=1}^{q} \sigma_{P_F,j}^2 = \sum_{j=1}^{q} \frac{G_j^2}{\tau_j} \sigma_{f,j}^2 \quad (8.16)$$

Hierin bezeichnet r_j die auf das Teilgebiet G_j entfallenden Stichproben. Teilt man die gesamten Stichproben r entsprechend der Gebietsgröße nach

$$r_j = \frac{G_j}{G} r$$

auf, wird aus (8.16)

$$\tilde{\sigma}^2_{P_F} = \sum_{j=1}^{k} \frac{G \cdot G_j}{r_j} \tilde{\sigma}^2_{f,j} \qquad (8.18)$$

Vergleicht man die so ermittelte Varianz mit Gl. (8.14), so wird deutlich, daß bei einer teilweisen Abarbeitung des Integrationsgebietes die Varianz deutlich kleiner ist, wenn, wie im allgemeinen Fall zu erwarten, die Mittelwerte der Verbunddichten im Teilgebiet G_j vom Mittelwert des Gesamtgebietes G abweichen.

Gelingt es jetzt noch, die Stichproben nicht gleichmäßig nach Gl. (8.17), sondern nach

$$r_j = r \frac{G_j \tilde{\sigma}_{f,j}}{\sum_{j=1}^{k} G_j \tilde{\sigma}_{f,j}} \qquad (8.19)$$

zu verteilen, ergibt sich für die Gesamtvarianz $\tilde{\sigma}^2_{P_F}$ ein Minimum.

8.2.2.2 Trennung in Vor- und Hauptberechnung

Für die Genauigkeit des Ergebnisses $\tilde{P}_F^{(i)}$ soll wieder entsprechend Gl. (8.12) gefordert werden, daß im b % - Konfidenzintervall eine maximale Toleranz von γ % des exakten Wertes zu erwarten ist. Bezogen auf das zu integrierende Gesamtgebiet G gilt für das Konfidenzintervall Gl. (8.11), so daß sich die Genauigkeitsforderung schreiben läßt als

$$2 \cdot t(r,b) \cdot \frac{G}{\sqrt{r}} \cdot \tilde{\sigma}_f \overset{!}{\leq} \frac{\gamma}{100} \tilde{P}_F^{(i)} \qquad (8.20)$$

Der eigentlichen, das Gesamtgebiet unterteilenden Hauptberechnung, wird eine Vorberechnung vorgeschaltet, welche mittels im gesamten Integrationsgebiet gleichverteilter r Zufallsrealisationen einen ersten Nährungswert der Versagenswahrscheinlichkeit und die zugehörige Varianz $\tilde{\sigma}_f^2$ liefert.

Im allgemeinen ist die Bedingung (8.20) durch die Vorberechnung allein nicht zu erfüllen. Sie wird dann aber dazu benutzt, um unter Beachtung von Gl. (8.10) die zulässige Varianz anzugeben:

$$zul\,\tilde{\sigma}_{P_F}^2 = zul\left(\frac{G^2}{r}\tilde{\sigma}_f^2\right) = \left(\frac{\gamma}{200\,t(r,b)}\,\tilde{P}_F^{(i)}\right)^2 \qquad (8.21)$$

Bei Abarbeitung der q Teilgebiete G_j in der sich anschließenden Hauptberechnung muß nun gewährleistet sein, daß die Summe der Teilvarianzen kleiner ist als die so festgelegte zulässige Gesamtvarianz:

$$\sum_{j=1}^{q} \tilde{\sigma}_{P_{F,j}}^2 = \sum_{j=1}^{q} \frac{G_j^2}{r_j}\,\tilde{\sigma}_{f,j}^2 \leq zul\,\tilde{\sigma}_{P_F}^2 \qquad (8.22)$$

Die Teilung eines Gebietes erfolgt als Halbierung senkrecht zu der Koordinatenachse, in deren Richtung das relativ grösste Gefälle der Verbunddichte f $(x_1, x_2, \ldots x_n)$ vorhanden ist. Das Gefälle ist dabei definiert als Differenz zweier

Werte der Verbunddichte mit dem in Koordinatenrichtung $1 \leq j \leq n$ vorhandenen Abstand $(x_j^o - x_j^u)/2$ Bild 8.4):

$$\delta_j = f(\dot{x}_1^k, \dot{x}_2^k, \ldots \dot{x}_j^k, \ldots \dot{x}_n^k) - f(\dot{x}_1^k, \dot{x}_2^k, \ldots \dot{x}_j^k \pm \frac{1}{2}(x_j^o - x_j^u), \ldots \dot{x}_n^k) \quad (8.23)$$

Bei fortschreitender Teilung stehen x_j^u bzw. x_j^o sinngemäß für die Gebietsgrenzen der dann entsprechend kleineren Teilgebiete.

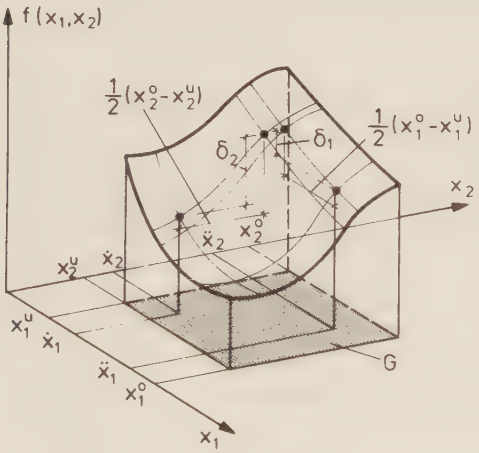


Bild 8.4: Bestimmung des relativen Gefälles

Sei G_o ein durch mehrfache Teilung des Ausgangsgebietes G entstandenes Teilgebiet, so ergibt sich dessen zulässige Varianz der Versagenswahrscheinlichkeit aus der noch verfügbaren Restvarianz $\tilde{\sigma}^2_{p_F,R}$ zu

$$\text{zul}\,\tilde{\sigma}^2_{p_F,D} = \frac{G_o}{G_R}\,\text{zul}\,\tilde{\sigma}^2_{p_F,R} \quad (8.24)$$

wobei G_R die Summe aller noch nicht abgearbeiteten Teilgebiete ist.

Wenn die bei r_o Realisationen vorhandene Varianz der Verbunddichtewerte $\sigma^2_{f,o}$ die Bedingung

$$\frac{G_o^2}{r_o}\,\sigma^2_{f,o} \leq \text{zul}\,\sigma^2_{P_F,o} \tag{8.25}$$

erfüllt, liefert das Gebiet G_o einen anrechenbaren Anteil zur Versagenswahrscheinlichkeit und das Restgebiet G_R kann um G_o, die Restvarianz $\sigma^2_{P_F,R}$ um $\frac{G_o^2}{r_o}\sigma^2_{f,o}$ reduziert werden.

Wird hingegen die Bedingung (8.25) nicht erfüllt, erfolgt eine weitere Halbierung von G_o in Richtung des größten Gefälles.

Auf diese Art und Weise ist gewährleistet, daß nach Abarbeitung des gesamten Integrationsgebietes die durch die Vorberechnung vorgegebene Varianz nach Gl. (8.21) für den endgültigen Näherungswert der Versagenswahrscheinlichkeit eingehalten wird. Insgesamt werden zur Erzielung gleicher Ergebnisgenauigkeit bei diesem varianzreduzierenden Verfahren erheblich weniger Realisationen benötigt als beim Crude-MC-Verfahren mit gleichverteilten Zufallszahlen.

Weitere rechentechnische Randbedingungen, insbesondere die Festlegung oberer und unterer Grenzen für die Stichprobenzahl, sollen an dieser Stelle nicht wiedergegeben werden. Dafür sei auf die das Verfahren sehr detailiert beschreibende Arbeit von KALTOFEN /46/ hingewiesen.

Der hier kurz dargestellte Algorithmus ist Grundlage einer in ALGOL 60 erstellten Prozedur, mit der die Komponentenversagenswahrscheinlichkeiten der Kreisringquerschnitte turmartiger Bauwerke unter Berücksichtigung einer maximal 10-dimensionalen Grenzzustandsfunktion ermittelt werden können.

8.3. Vergleichende Betrachtung

Die probabilistischen Zusammenhänge sollen am Beispiel des Einspannquerschnitts unseres Industrieschornsteins aus Abschnitt 10 verdeutlicht werden:

Untersucht man den Grenzzustand des Querschnitts unter der Voraussetzung deterministischer Größen der Beanspruchbarkeit, so ergibt sich für die Mittelwerte der Basisvariablen x_2 bis x_{10} (Abschnitt 7.5) das Grenztragmoment zu

$$M_{0,U} = 2,46 \cdot 10^6 \text{ KNm}$$

Dieser Wert läßt sich im übrigen auch aus dem Interaktionsdiagramm Bild 7.6 für den Mittelwert der Normalkraft

$$\bar{N}_o = -0,122 \cdot 10^6 \text{ KN}$$

ablesen.

Für eine projektierte Nutzungsdauer von T = 30 Jahren ergibt sich die Versagenswahrscheinlichkeit als Komplement zur Wahrscheinlichkeit des Nichtüberschreitens des Grenztragmomentes M nach Gl.)6.8) zu

$$P_F = 1 - F_{T=30}(M_{0,U} = 2,46 \cdot 10^6) = 1 - 0,99999781$$

$$= 2,19 \cdot 10^{-6}$$

Zum Vergleich:
Bei der statischen Berechnung gemäß den Lastansätzen nach DIN 1056/69/ wurde ein Biegemoment von

$$M_{0,DIN} = 0,856 \cdot 10^6 \text{ KNm}$$

angesetzt, so daß sich daraus ein Sicherheitsfaktor für das

dort verwendete n-gebundene Spannungsnachweisverfahren nach MÖRSCH /74/ von

$$\gamma = \frac{M_{o,u}}{M_{o,DIN}} = \frac{2{,}46 \cdot 10^6}{0{,}855 \cdot 10^6}$$

$$= 2{,}88$$

ableiten läßt.

Untersucht man hingegen den Einspannquerschnitt unter Berücksichtigung der statistischen Streuung der Beanspruchbarkeitsgrößen für eine 8-dimensionale Grenzzustandsfläche mit Hilfe des vorab erläuterten Monte-Carlo-Verfahrens mit varianzreduzierender Technik, so ergibt sich für den Bezugszeitraum von T = 30 Jahren eine Komponenten-Versagenswahrscheinlichkeit von

$$p_F^{\odot} = 1{,}12 \cdot 10^{-7}$$

Diesem Wert liegt eine Genauigkeitsforderung von 10 % im 95 % Konfidenzintervall nach Gl. (8.20) zugrunde. Man erkennt, daß in diesem Fall die vereinfachte Betrachtung deterministischer Beanspruchbarkeit eine konservative Nährung in einer Größenordnung von mehr als einer Zehnerpotenz darstellt.

9. Zuverlässigkeitsstruktur turmartiger Bauwerke

Betrachtet man den Schaft eines Schornsteins oder Fernsehturms, so wird man unter dem Versagen des Gesamtbauwerks das Überschreiten des Grenztragfähigkeitzustandes eines (beliebigen) Schaftquerschnitts verstehen. Im Gegensatz zu statisch unbestimmten Tragwerken sind für das Eintreten eines solchen Grenzzustandes keine Reserven durch Kräfteumlagerungen vorhanden, so daß sich die Zuverlässigkeitsstruktur stets durch ein reines Seriensystem nach Bild 9.1 darstellen läßt.

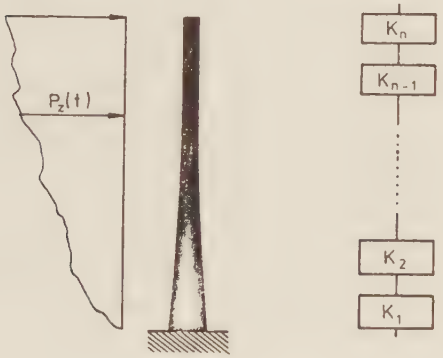


Bild 9.1 Allgemeine Zuverlässigkeitsstruktur eines Turmschaftes

Da Versagen grundsätzlich in jedem beliebigen Querschnitt eintreten kann, ist die Anzahl der Biegeversagenskomponenten zunächst unendlich groß. Bei vielen Bauwerken ist eine Beschränkung auf einige repräsentative Versagenskomponenten ohne wesentliche Verfälschung des Sicherheitsproblems oft dadurch möglich, daß in Tragwerksabschnitten mit gleicher Querschnittsausbildung die jeweiligen Maximalwerte der Beanspruchungen zu gegenüber benachbarten Querschnitten deutlich erhöhten Versagenswahrscheinlichkeiten führen.

Maßgebend hierfür sind der Kehrwert des zentralen Sicherheitsbeiwerts

$$\frac{1}{\gamma^2} = \frac{\bar{S}}{\bar{R}} \tag{9.1}$$

und die Variationskoeffizienten V_s der Last und V_R der Beanspruchbarkeit.
Die Versagenswahrscheinlichkeit ergibt sich dann zu

$$P_F = \Phi\left(\frac{1-\bar{S}/\bar{R}}{\sqrt{V_S^2(\bar{S}/\bar{R})^2+V_R^2}}\right) \tag{9.2}$$

Die Auswertung dieser Gleichung /46/ zeigt, daß die Werte der Versagenswahrscheinlichkeiten bereits bei kleinen Beanspruchungsverminderungen um Zehnerpotenzen abnehmen.

Aufgrund dieser Überlegungen könnte ein Turmschaft mit über die gesamte Höhe gleicher Querschnittsausbildung mit ausreichender Genauigkeit durch eine einzige Versagenskomponente, den Einspannquerschnitt, erfaßt werden. Hohe Türme weisen jedoch in der Regel einen stark veränderlichen Querschnittsverlauf über die Höhe auf. Diese Gestaltung ergibt sich zwangsläufig bei einer wirtschaftlichen Bemessung, die zu der von oben nach unten wachsenden Beanspruchung aus Windlast und Eigengewicht den jeweils statisch erforderlichen Querschnitt festlegt. Da bei solchen Türmen der zentrale Sicherheitsbeiwert nach Gl. (9.1) nahezu konstant verläuft, lassen sich auf diese Art und Weise keine potentiellen Versagenskomponenten festlegen.

Eine Beschränkung der zunächst unendlich großen Zahl möglicher Versagenskomponenten ist aber dadurch möglich, daß man den Grad der stochastischen Abhängigkeiten zweier benachbarter Querschnitte in Abhängigkeit der Autokorrelationskoeffizienten der Beanspruchbarkeit betrachtet. So führen stärker abklingende Korrelationskoeffizientenfunktionen zu größerer stochastischer Unabhängigkeit auch relativ dicht benachbarter Querschnitte. Die Zahl der näherungsweise als

unabhängig betrachteten Versagenskomponenten innerhalb des Gesamtsystems ist dabei größer als bei langsamer abklingenden Funktionen. Die Beanspruchbarkeit der einzelnen Querschnitte ist jedoch ihrerseits eine Funktion der Basisvariablen der Festigkeiten und geometrischen Abmessungen, wie dies in Abschnitt 7.2 gezeigt wurde. Werden insgesamt m Basisvariable je Querschnitt berücksichtigt, so gilt für die Beanspruchbarkeit des Querschnitts an der Stelle z bzw. an der Stelle z' mit dem Abstand $\Delta z = |z - z'|$ voneinander

$$R_z = R_z(x_{z1}, x_{z2}, \ldots x_{zm}) \tag{9.3a}$$

$$R_{z'} = R_{z'}(x_{z'1}, x_{z'2}, \ldots x_{z'm}) \tag{9.3b}$$

Werden sodann mit Hilfe der Erwartungswerte $E(R_z)$, $E(R_{z'})$ und $E(R_z \cdot R_{z'})$ die Varianzen

$$\sigma^2(R_z) = E\left\{\left[R_z - E(R_z)\right]^2\right\} \tag{9.4a}$$

$$\sigma(R_{z'}) = E\left\{\left[R_{z'} - E(R_{z'})\right]^2\right\} \tag{9.4b}$$

sowie die Kovarianz

$$V(R_z, R_{z'}) = E\left\{\left[R_z - E(R_z)\right]\left[R_{z'} - E(R_{z'})\right]\right\} \tag{9.5}$$

ergibt sich der Korrelationskoeffizient der Beanspruchbarkeit in Abhängigkeit des Abstandes Δz nach /79/ zu

$$\rho_{RR'}(\Delta z) = \frac{V(R_z, R_{z'})}{\sigma(R_z) \cdot \sigma(R_{z'})} \tag{9.6}$$

Vielfach werden Korrelationskoeffizientenfunktionen unter Zugrundelegung eines stationären, autoregressiven Prozesses (Gauß-Markoff) durch den Ansatz

$$\rho(\Delta z) = e^{-\lambda \cdot \Delta z} \tag{9.7}$$

angenähert. Der Parameter λ läßt sich dabei im vorliegenden

Problem durch Minimierung der Fehlerquadrate aus Gl. (9.6) ermitteln. Wird die Funktion (9.7) durch eine flächengleiche Sprungfunktion mit der Ordinate 1 ersetzt (vollständige Korrelation mit $\varrho = 1$), läßt sich der Abstand Δz_E zweier näherungsweise stochastisch unabhängiger Querschnitte z und z' angeben:

$$\Delta z_E = \int_0^\infty e^{-\lambda \Delta z} \, d(\Delta z) = \frac{1}{\lambda} \tag{9.8}$$

Für den Schaft eines turmartigen Bauwerks läßt sich auf diese Weise die Zahl der zu berücksichtigenden Versagenskomponenten K_i auf

$$n = \frac{H}{\Delta z_E} \tag{9.9}$$

begrenzen.

Das statistische Material zur Bestimmung der Korrelationsfunktionen der Festigkeiten und geometrischen Abmessungen, wie sie für Gl. (9.6) benötigt werden, ist jedoch nur in unzureichendem Maße vorhanden. Lediglich für die Betondruckfestigkeit sind dem Verfasser Untersuchungsergebnisse von MAASS, MÜLLER und RACKWITZ in /82/ und RACKWITZ, ADAM und SCHRUB in /34/ bekannt.

Aus den dort veröffentlichen Meßergebnissen lassen sich unter Vernachlässigung der Schwankungen oberhalb $\Delta z = 20$ m Parameter λ zwischen 0,3 und 0,5 ablesen, woraus sich die Ersatzlängen Δz_E im Bereich

$$2{,}0 \text{ m} \leq \Delta z_E \leq 3{,}33 \text{ m} \tag{9.10}$$

ergeben.

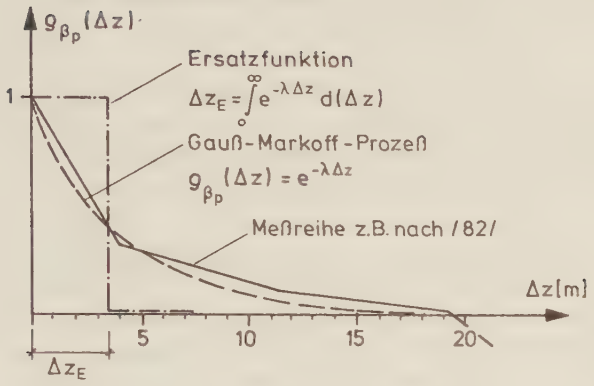


Bild 9.2: Zur Bestimmung der charakteristischen Ersatzlänge

Da sich die genannten Untersuchungen auf Bohrkerne von Stahlbetonplatten (/82/) bzw. Stützen und Wände (/34/) beziehen, ist anzunehmen, daß vor allem bei turmartigen Bauwerken in Gleitschalungsbauweise ein größerer Wert vorhanden ist, der sich im Rahmen der Tagesgleitleistung bis zu 7 m bewegen dürfte.

Es wäre wünschenswert, wenn ähnliche Untersuchungen für die Autokorrelation der Stahlstreckgrenze durchgeführt würden. Man kann hier nur annehmen, daß im Bereich eines Bewehrungsstabes straffe Korrelation vorliegt, so daß bei turmartigen Bauwerken die Korrelationskoeffizientenfunktion der Stahlstreckgrenze abhängt von der gewählten Einbaulänge der Stäbe, der Staffelung unterschiedlicher Bewehrungsdurchmesser und der Lieferung aus verschiedenen Schmelzen.

Ohne genaue Kenntnis dieser Einflußgrößen wird man sich darauf beschränken müssen, die für die Betonfestigkeit festgestellten Korrelationseigenschaften als repräsentativ anzusehen für die der Beanspruchbarkeit nach Gl. (9.6). Dabei ist festzuhalten, daß eine damit eventuell zu klein ermittelte

Ersatzlänge Δz_E nach Gleichung (9.8) eine konservative Näherung hinsichtlich der Systemversagenswahrscheinlichkeit darstellt.

Die Systemversagenswahrscheinlichkeit einer in reiner Serienschaltung dargestellten Zuverlässigkeitsstruktur ergibt sich als Komplement zum Produkt der Überlebenswahrscheinlichkeiten der insgesamt n Versagenskomponenten:

$$P_F = 1-\left[1-P_F^{(1)}\right]\left[1-P_F^{(2)}\,|(b_1=1)\right]\cdot\ \cdots\ \left[1-P_F^{(n)}\,|(b_1=1, b_2=1, \ldots b_{n-1}=1)\right] \qquad (9.11)$$

Dabei sind die einzelnen Komponenten-Versagenswahrscheinlichkeiten $P_F^{(i)}\,|(b_1=1,\ b_2=1,\ \ldots b_{i-1}=1)$ zunächst bedingte Wahrscheinlichkeiten unter der Bedingung des Überlebens aller vorher aufgeführten Versagenskomponenten.
Legt man aber den Abstand der einzelnen Komponenten unter Beachtung von Gl. (9.8) fest, können sie als näherungsweise stochastisch unabhängig voneinander betrachtet werden, so daß der Bedingungskomplex entfällt und sich die Systemversagenswahrscheinlichkeiten vereinfachend ergibt zu

$$P_F \cong 1-\left[1-P_F^{(1)}\right]\left[1-P_F^{(2)}\right]\cdot\ \cdots\left[1-P_F^{(n)}\right]$$

$$= 1-\prod_{i=1}^{n}\left(1-P_F^{(i)}\right) \qquad (9.12)$$

KALTOFEN /46/ untersuchte den numerischen Einfluß des Bedingungskomplexes auf das Ergebnis der Versagenswahrscheinlichkeit und zeigte, daß bei Seriensystemen (im Gegensatz zu Parallelsystemen) selbst bei ausgeprägten stochastischen Abhängigkeiten zwischen den Basisvariablen benachbarter Versagenskomponenten der Fehler vernachlässigbar klein ist. Setzt man für übliche Bauwerke voraus, daß die Komponenten-Versagenswahrscheinlichkeiten sehr klein sind ($P_F^{(i)} < 10^{-4}$), so kann der Ausdruck (9.12) ersetzt werden durch

$$P_F \cong \sum_{i=1}^{n} P_F^{(i)} \qquad (9.13)$$

Damit ist eine recht einfache Möglichkeit hergestellt worden, die Systemversagenswahrscheinlichkeit P_F, bzw. deren Komplement, die Systemzuverlässigkeit

$$P_S = 1 - P_F \tag{9.14}$$

für ein turmartiges Bauwerk zu ermitteln.

Neben der eigentlichen Größe der Versagenswahrscheinlichkeit des Gesamtbauwerks liefert diese Vorgehensweise bereits im Entwurfsstadium ein interessantes Kriterium zur wirtschaftlichen Konstruktion des Bauwerks. Wie am Beispiel des Abschnitts 10 gezeigt wird, weisen nach den bestehenden Vorschriften ausgelegte Türme einen über die Höhe stark veränderlichen Verlauf der Komponenten-Versagenswahrscheinlichkeit auf. Da bei Unterschieden von mehreren Zehnerpotenzen die Bereiche mit den größten Versagenswahrscheinlichkeiten hinsichtlich der Systemzuverlässigkeit maßgebend sind, können die übrigen Bereiche mit kleinerer Versagenswahrscheinlichkeit im probabilistischen Sinne als unwirtschaftlich dimensioniert bezeichnet werden. Eine am Sicherheitsbedürfnis orientierte "optimale" Konstruktion ist dann erreicht, wenn ein über die Höhe nahezu konstanter Verlauf der Komponenten-Versagenswahrscheinlichkeiten bei gleichzeitiger Einhaltung der für das Gesamtsystem vorgeschriebenen Systemzuverlässigkeit vorhanden ist.

10. Beispiel - 275 m hoher Industrieschornstein

Als Beispiel wurde der in Bild 10.1 mit seinen Abmessungen dargestellte, 275 m hohe Schornstein eines Kohlekraftwerks bei Wilhelmshaven untersucht. Konstruktion und Ausführung des im Jahre 1974 ausgeführten Bauwerks werden in /83/ eingehender beschrieben als das an dieser Stelle möglich ist.

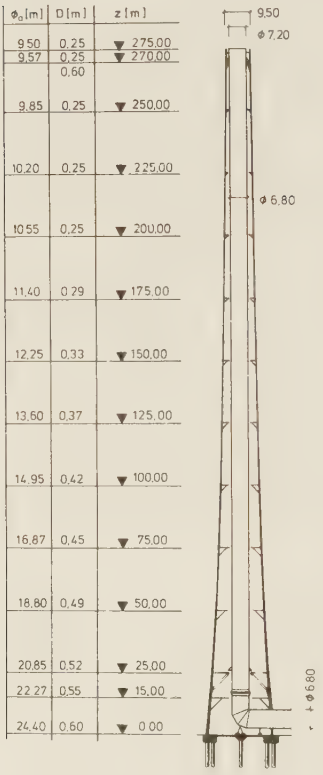


Bild 10.1:
275 m hoher Industrieschornstein

Die geometrische Form des Schaftes ergab sich, ausgehend vom aus betriebstechnischen Gründen vorgegebenen Innendurchmesser an der Mündung, fast ausschließlich aus den Erfordernissen der statischen Berechnung, weshalb sich eine probabilistische Untersuchung dieses Bauwerks hier anbietet. Die ausgeführte Konstruktion ist weitgehend frei von sich oftmals überlagernden konstruktiven oder gar architektonischen Randbedingungen.

Die statische Berechnung fußt auf der z. Zt. immer noch gültigen DIN 1056 /69/, welche eine für Schornsteine gegenüber DIN 1055 /84/ erhöhte statische Windlast vorschreibt. Querschnittsabmessungen und Bewehrungsgrad ergeben sich durch n-gebundene Nachweise der Beton- und Stahlspannungen gegenüber den nach DIN 1056 zulässigen Spannungen. Die Ermittlung dieser Spannungen erfolgte nach einem Verfahren von MÖRSCH /74/, welches für bewehrte Kreisringquerschnitte

im Zustand II die maximale Betonrandspannung sowie die maximale Stahlspannung unter der Voraussetzung linearer Spannungs-Dehnungs-Beziehung für Beton und Stahl liefert.

Die der probabilistischen Untersuchung vorangehende Frequenzanalyse des Bauwerks erfolgte gemäß Abschnitt 5.2. In Bild 5.1 sind die ersten drei Eigenfrequenzen und Eigenformen wiedergegeben. Die mittlere Windgeschwindigkeit wurde nach dem Potenzgesetz Gl. (3.3) mit einem Profilexponenten q = 0,16 für flaches, offenes Gelände über die Höhe verteilt angesetzt. Als Extremwertverteilung des Zehnminutenmittels kam eine Fisher-Tippet-Typ I Verteilung zur Anwendung, wie sie in Bild 3.4 für Daten einer Meßstelle in Hamburg dargestellt ist. Die statistischen Parameter der Verteilung können dabei als charakteristisch angesehen werden für das Gebiet der deutschen Nordseeküste. Die Leistungspektren der Biegemomente wurden unter Verwendung des Turbulenzspektrums nach DAVENPORT (Gl. (3.19)) und der Übertragungsfunktion nach NIESER (Bild 5.5) berechnet. In Bild 5.6 ist das Leistungsspektrum des Einspannmomentes stellvertretend für alle übrigen Querschnitte wiedergegeben.

Als Abstand der näherungsweise als statistisch unabhängig anzusehenden Versagenskomponenten wurden gemäß Gl. (9.8) 3,125 m festgelegt, so daß insgesamt 88 Versagenskomponenten zu berücksichtigen waren. Die Ermittlung der Komponenten-Versagenswahrscheinlichkeiten wurde mit dem in Abschnitt 8 beschriebenen Monte-Carlo-Verfahren unter Ausnutzung einer varianzreduzierenden Technik durchgeführt. Sie basiert auf dem Ansatz einer 8-dimensionalen Verbunddichte mit statistischen Kenngrößen für die einzelnen Basisvariablen, wie sie in Abschnitt 7 beschrieben sind. Als Grenzzustandsbedingung wurde die Kreisring-Tragfähigkeit gemäß Bild 7.5 mit Grenzdehnungen von $\varepsilon_{b1,u} = -3{,}5\,‰$ und $\varepsilon_{s,u} = 50\,‰$ definiert. Als projektierte Nutzungsdauer wurde T = 30 Jahre angenommen.

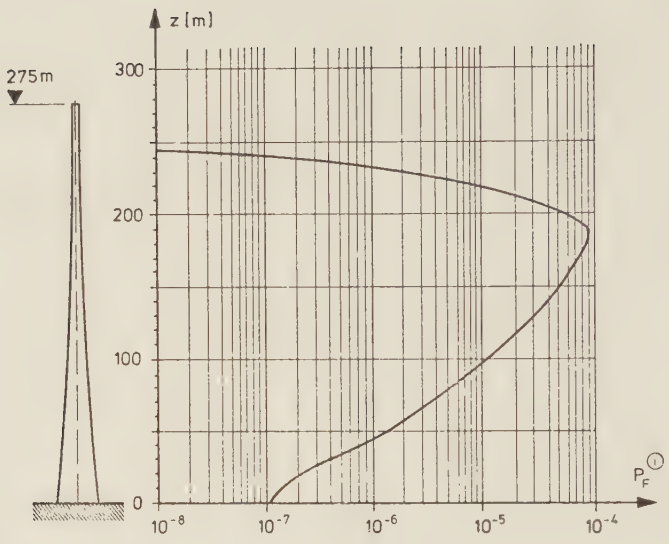


Bild 10.2: Komponenten-Versagenswahrscheinlichkeit über die Höhe

Bild 10.2 zeigt die errechneten Werte der Komponenten-Versagenswahrscheinlichkeit als Verlauf über die Höhe des Schornsteins. Auffallend ist der relativ große Unterschied zwischen der Einspannstelle mit

$$P_F^{(0)} = 1{,}12 \cdot 10^{-7}$$

gegenüber dem Maximum bei + 190,6 m von

$$P_F^{(64)} = 9{,}17 \cdot 10^{-5}$$

Oberhalb von + 245 m sinken die Werte der Versagenswahrscheinlichkeit rasch unter 10^{-8}. Die Systemversagenswahrscheinlichkeit des Gesamtbauwerks ergibt sich gemäß Gl. (9.13) zu

$$P_F = 2{,}03 \cdot 10^{-3}$$

und wird maßgeblich von den Werten im Bereich der größten Komponenten-Versagenswahrscheinlichkeit bestimmt.

11. Zusammenfassung

Für turmartige Bauwerke stellt die Windbelastung eine die Abmessungen maßgeblich bestimmende Größe dar.
Die wirklichkeitsnahe Erfassung dieser Beanspruchung ist daher entscheidend für die Wirtschaftlichkeit

Orientiert man sich bei der Konstruktion außerdem an einem für das Gesamtbauwerk vorgegebenen Sicherheitsniveau, so ist eine probabilistische Sicherheitsanalyse erforderlich, die eine Aussage über die Systemzuverlässigkeit des Bauwerks innerhalb einer projektierten Nutzungsdauer zuläßt.

In der vorliegenden Arbeit wurde gezeigt, daß sich die Systemzuverlässigkeit turmartiger Bauwerke durch die Darstellung einer logischen Zuverlässigkeitsstruktur einzelner, näherungsweise stochastisch unabhängiger Versagenskomponenten ermitteln läßt. Die Versagenskomponenten werden dabei als Boole'sche Elemente aufgefaßt, deren Funktionsfähigkeit bzw. Funktionsunfähigkeit durch einen definierten Grenzzustand der Tragfähigkeit bestimmt wird. Die Ermittlung der Versagenswahrscheinlichkeit der einzelnen Komponenten erfolgt unter Berücksichtigung der Basisvariablen sowohl der äußeren Beanspruchung wie auch der Beanspruchbarkeit. So ist es möglich, die naturbedingten Streuungen der Werkstoffestigkeiten und der ausführungstechnisch bedingten Schwankungen der Querschnittsgeometrie zu erfassen. Die statistische Verteilung der Querschnittsbeanspruchung infolge aerodynamischer Belastung ergibt sich auf der Grundlage des derzeitigen Erkenntnisstandes bezüglich der Struktur des natürlichen Windes mit Hilfe der Spektralmethode.

Für die numerische Berechnung der Komponenten-Versagenswahrscheinlichkeit als mehrfach-dimensionales Integral mit nicht glatten, nicht linearen Grenzzustandsfunktionen kommt ein Monte-Carlo-Verfahren zur Anwendung, dessen Rechenzeit durch eine varianzreduzierende Technik wirkungsvoll reduziert werden kann

Mit einer speziellen Zuverlässigkeitsstruktur für turmartige Bauwerke läßt sich schließlich die für das Gesamtbauwerk maßgebende Systemversagenswahrscheinlichkeit bzw. deren Komplement, die Systemzuverlässigkeit angeben. Aus der Funktion der über die Höhe verteilten Komponenten-Versagenswahrscheinlichkeit ergibt sich außerdem ein Kriterium zur Optimierung einer am Sicherheitsbedürfnis orientierten Konstruktion.

12. Bezeichnungen

A_z	Bezugsfläche der virtuellen Masse in der Höhe z
$A_{s,a}$; $A_{s,i}$	Querschnittsfläche der äußeren bzw. inneren Bewehrung
b_j	Boole'sche Variable
$B\ (b_1,\ldots b_n)$	Boole'sche Funktion der n Boole'schen Variablen
c_M	Beiwert der virtuellen Masse
c_W	Widerstandsbeiwert, Formbeiwert
$Co_{uu'}(f)$	Koinzidenzspektrum der Windgeschwindigkeiten, Realteil des entsprechenden Kreuzleistungsspektrums
$Coh(f)$	Kohärenz
D_z	Durchmesser des turmartigen Bauwerks in der Höhe z
$E(x)$	Erwartungswert der stochastischen Variablen x
f	Frequenz
$f(x)$	Dichtefunktion der stochastischen Variblen x
$f(x_1,\ldots x_n)$	Verbunddichte der stochastischen Variablen $x_1,\ldots x_n$
$\overset{*}{f}(\overset{k}{x})$	Wert der Dichtefunktion für die k-te Realisation von x

$F(x)$	Verteilungsfunktion der stochastischen Variablen x
G	durch obere und untere Schranken begrenztes Gebiet einer mehrdimensionalen Verbunddichte
H	Bauwerkshöhe
$H_{a_k}(f)$	Übertragungsfunktion der k-ten Eigenform
$I_{T,z}$	Turbulenzintensität in der Höhe z
k	Eigenform
K	Kármán'sche Konstante
K_j	Versagenskomponente j
L	Bezugslänge des Turbulenzspektrums, Länge des Konfidenzintervalls
$L_{ux}(z)$	höhenabhängiges Integral-Längenmaß
M_{z_a}	Biegemoment des Querschnitts in der Höhe z_a
M^N_{k,z_a}	Biegemoment infolge der normierten k-ten Eigenform
M_U	Biegemoment im Zustand der Grenztragfähigkeit
m_k	generalisierte Masse der k-ten Eigenform
N_{z_a}	Normalkraft des Querschnitts in der Höhe z_a
N_U	Normalkraft im Zustand der Grenztragfähigkeit

$P(A)$	Wahrscheinlichkeit für das Eintreten des Ereignisses A
$P_F^{(i)}$	Versagenswahrscheinlichkeit einer Komponente (i)
P_S	Systemzuverlässigkeit
$P_z(t)$	Windlast in der Höhe z, Funktion
$\bar{P}_z$	statischer Anteil der Windlast in der Höhe z
$p_z(t)$	veränderlicher Anteil der Windlast in der Höhe z, Funktion
q	Bodenrauhigkeitsbeiwert, Exponent des Windprofils
$Qu_{uu}(f)$	Quadratur-Spektrum der Windgeschwindigkeiten, Imaginärteil des entsprechenden Kreuzleistungs-Spektrums
$r_a; r_i$	Außen- bzw. Innenradius des Querschnitts
$r_{s,a}; r_{s,i}$	Radius der äußeren bzw. inneren Bewehrung
Re	Reynoldszahl
$R_k(f)$	Resonanzfunktion des Einmassenschwingers
$R_{uu}(\tau); R_{pp}(\tau)$	Autokorrelationsfunktion der Windgeschwindigkeiten bzw. Windlast
$R_{uu'}(\tau), R_{pp'}(\tau)$	Kreuzkorrelationsfunktion der Windgeschwindigkeiten bzw. der Windlast

S	Strouhalzahl
$S(b_1,...b_n)$	Systemfunktion der n Boole'schen Variablen
$S_{uu}(f);S_{pp}(f)$	Autoleistungsspektrum der Windgeschwindigkeiten (Turbulenzspektrum) bzw. der Windlast
$S_{uu'}(f),S_{pp'}(f)$	Kreuzleistungsspektrum der Windgeschwindigkeiten bzw. der Windlast
$S_{x,z_a};S_{M,z_a}$	Leistungsspektrum der Verschiebung bzw. des Biegemomentes in der Höhe z_a
t	Zeitvariable
T	Zeitintervall, Mittlungsintervall, Nutzungsdauer
U	als Index: Grenzzustand der Tragfähigkeit
$U_z(t)$	Windgeschwindigkeit in der Höhe z, Funktion
$\bar{U}_z$	Mittelwert der Windgeschwindigkeit $U_z(t)$
$u_z(t)$	Windgeschwindigkeitsschwankungen um den Mittelwert $\bar{U}_z$, Funktion
U_m	zwischen zwei Höhen z und z' gemittelte Windgeschwindigkeit
U_*	Schubspannungsgeschwindigkeit
$\hat{U}$	Modalwert der extremalen Windgeschwindigkeit (GUMBEL)
V	Variationskoeffizient

$x_{z_a}(t)$	Verschiebung in der Höhe z_a, Funktion
$\bar{x}_{z_a}$	mittlere Verschiebung in der Höhe z_a
x^N_{k,z_a}	normierte Verschiebung der k-ten Eigenform
x^k_j	k-te Realisation einer stochastischen Variablen x_j
$x^u_j; x^o_j$	obere und untere Schranke einer stochastischen Variablen x_j
z	laufende Höhenkoordinate
z_a	bestimmte Höhe
z_o	Bezugshöhe
z_G	Gradienthöhe
α	Maß der Streuung (GUMBEL)
$\alpha_{i,j}(f)$	mechanische Übertragungsfunktion
β_S	Streckgrenze des Stahls
β_P	Prismenfestigkeit des Betons
β_W	Würfeldruckfestigkeit des Betons
β_{WN}	Nennfestigkeit des Betons
γ	Sicherheitsbeiwert
$\varepsilon_S, \varepsilon_b$	Dehnung des Stahls bzw. des Betons

ζ	bezogene Höhe
η	Frequenzverhältnis
ϑ	logarithmisches Dämpfungsdekrement
λ	Parameter
μ	Massenbelegung
ξ	bezogene Frequenz
ϱ	Luftdichte, Korrelationskoeffizient
σ	Standardabweichung
τ	Zeitvariable
φ	Phasenwinkel
ω	Eigenkreisfrequenz

12. Literaturverzeichnis

/ 1/ Rausch, E.: Maschinenfundamente, 3. Auflage, Düsseldorf 1959, VDI-Verlag

/ 2/ Schlaich, J.: Beitrag zur Frage der Wirkung von Windstößen auf Bauwerke. Der Bauingenieur 41 (1966) S. 102

/ 3/ Davenport, A.G.: The Application of Statistical Concepts to the Wind Loading of Structures. Proceedings of the Institution of Civil Engineers, Vol. 19 (1961),

/ 4/ Davenport, A.G.: The Spectrum of Horizontal Gustiness Near the Ground in High Winds. Quart. Journ. Met. Soc., Vol. 87, 1961

/ 5/ Davenport, A.G.: The Relationship of Wind Structure to Wind Loading. Proc. of the International Symposium of the Effects of Wind on Structures, London 1963

/ 6/ Davenport, A.G.: The Dependence of Wind Loads on Meteorological Parameters. Wind Effects on Buildings and Structures, Proc. Vol. I, Toronto 1968

/ 7/ Freudenthal, A.M.: The Safety of Structures Transactions, ASCE, Vol. 112, 1947

/ 8/ Freudenthal, A.M.: Safety and the Probability of Failure Transactions, ASCE, Vol 121, 1956

/ 9/ Freudenthal, A.M.: Safety, Reliability and Structural Design. Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 87, 1961

/10/ de Laplace, P.S.: Theorie analytique des Probabilities, Paris 1820

/11/ Kolmogoroff, A.N.: Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung. Springer Verlag, Berlin 1933

/12/ Petersen, Chr.: Aerodynamische und seismische Einflüsse auf die Schwingungen insbesondere schlanker Bauwerke.
Fortschrittsberichte der VDI-Zeitschriften,
Reihe 11, Nr. 11, Dezember 1971

/13/ Nieser, H.: Schwingungsberechnung turmartiger Bauwerke bei Belastung durch böigen Wind.
Dissertation, Karlsruhe 1974

/14/ Caspar, W.: Maximale Windgeschwindigkeiten in der Bundesrepublik Deutschland.
Die Bautechnik 10 (1970) S. 335

/15/ Schüller, G.I und Panggabean, H.: Ermittlung der Bemessungswindgeschwindigkeit unter Zugrundelegung eines Zuverlässigkeitskonzeptes.
Beiträge zur Anwendung der Aeroelastik im Bauwesen,
Heft 2, Institut für Bauingenieurwesen III,
TU München, März 1975

/16/ Van der Hoven, I.: Power Spectrum of Horizontal Wind Speed in the Frequency Range from 0.0007 to 900 cycles per hour.
Journal of Meteorology, Vol. 14, 1957

/17/ Prandtl, L., Oswatitsch, K. und Wieghardt, K.:
Strömungslehre
Friedr. Vieweg & Sohn, Braunschweig 1969

/18/ Gumbel, E.J.: Statistics of Extremes
Columbia Univ. Press, New York 1958

/19/ König, G. und Zilch, K.: Untersuchung zur Schaffung von Unterlagen für wirtschaftliche und sichere Annahmen über Windlasten-Windgeschwindigkeitskarte Deutschland Forschungsbericht Darmstadt 1973

/20/ Harris, R.I.: On the Spectrum and Autocorrelation Function of Gustiness in High Winds E.R.A. Technical Report No. 5273, 1968

/21/ Harris, R.I.: The Nature of the Wind CIRIA Seminar on the Modern Design of Windsensitive Structures, London 1970

/22/ Schneider, F.X., Wittmann, F.H. und Panggabean, H.: Zusammenstellung der im Verlauf mehrerer Jahre am Münchner Fernsehturm durchgeführten Wind- und Schwingungsmessungen. Beiträge zur Anwendung der Aeroelastik im Bauwesen, Heft 4, Institut für Bauingenieurwesen II, TU München, Dezember 1975

/23/ Panggabean, H. und Wittmann, F.H.: Über die Abhängigkeit der Frequenzdichte des Windes von der Höhe, der mittleren Windgeschwindigkeit und der Bodenrauhigkeit 2. Kolloquium über Industrieaerodynamik, Aachen 1976

/24/ Duchêne-Marullaz, P.: Full Scale Measurement of Atmospherie Turbulence in a Suburban Area. Proc. 4th Intern. Conf. on Wind Effects on Buildings and Structures, London 1975

/25/ Hino, M.: Spectrum of Gusty Wind. Proc. 3th Intern. Conf. on Wind Effects on Buildings and Structures, Tokio 1971

/26/ Simiu, E.: Wind Spectra and Dynamic Alongwind Response.
Proc. ASCE, Journal of Structural Division ST. 9,
September 1974

/27/ Pröpper, H.: Zur aerodynamischen Belastung großer
Kühltürme
Technisch wissenschaftliche Mitteilung des Instituts
für Konstruktiven Ingenieurbaus der Ruhr-Universität
Bochum, Nr. 77-3, August 1977

/28/ Niemann, H.-J.: Dynamische Windwirkung bei Naturzug-
kühltürmen auf der Grundlage eines statischen Sicher-
heitsbegriffs
Habilitation, Bochum 1976

/29/ König, G. und Zilch, K.: Ein Beitrag zur Berechnung
von Bauwerken im böigen Wind.
Mitteilungen aus dem Institut für Massivbau der
TH Darmstadt, Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn
Berlin, München, Düsseldorf 1970

/30/ Richtlinien für die Berechnung und Bemessung hoher,
dünnwandiger Türme aus Stahlbeton.
(Entwurf, Stand Juni 1959)
Bauplanung-Bautechnik 14, 1960

/31/ Rüsch, H., Sell, R. und Rackwitz, R.:
Statistische Analyse der Betonfestigkeit
Heft 206 des DAfStb., 1969

/32/ Schickert, G. und Rackwitz, R.:
Statistische Untersuchungen zum Qualitätsangebot bei
Beton für vorwiegend kleine und mittelgroße Baustellen.
Beton, Heft 12, 1975

/33/ Henzel, J. und Grube, H.: Festigkeitsuntersuchungen an Bauwerksbeton und zugehörigen Gütewürfeln.
Der Bauingenieur 41 (1966) Heft 12

/34/ Rackwitz, R., Adam, G., Schrub, G.: Statistische Untersuchungen zur Betondruckfestigkeit in Stützen und Wänden
Beton, Heft 12, 1975

/35/ Knappe, O., Rackwitz, R.: Wahrscheinlichkeitstheoretische Untersuchung der Knicksicherheit von schlanken Stahlbetonstützen.
Berichte zur Sicherheitstheorie der Bauwerke
Heft 4, München 1973

/36/ Jäniche, W.: Werkstoffprüfung im Dienste der Qualitätssicherung und Verbesserung
Berg- und Hüttenmännische Monatshefte, Heft 3/1968

/37/ Krell, K.-H.: Maßabweichungen bei Stahlbetonfertigteilen.
Bauplanung-Bautechnik 10 (1956), Heft 2

/38/ Rudersdorf, F.A.: Maßtoleranzen im Bauwesen
Betonwerk + Fertigteil-Technik 5 (1972) Heft 2

/39/ Maaß, G., Rackwitz, R.: Statistische Untersuchungen von geometrischen Abweichungen an ausgeführten Stahlbetonbauteilen,
Teil I: Geometrische Imperfektionen bei Stahlbetonstützen, Berichte zur Sicherheitstheorie der Bauwerke,
Heft 11, München 1976

/40/ Fießler, B., Hawranek, H und Rackwitz, R.:
Numerische Methoden probabilistischer Bemessungsverfahren und Sicherheitsnachweise
Berichte zur Sicherheitstheorie der Bauwerke, Heft 14,
München 1976

/41/ Neumann, H.-J.: Methoden zur Berechnung der Versagenswahrscheinlichkeit
Berichte zur Zuverlässigkeitstheorie der Bauwerke,
Heft 25, München 1978

/42/ Kraemer, U., Rackwitz, R. und Grasser, E.:
Monte Carlo Studie zur Zuverlässigkeit von durchlaufenden Stahlbetondecken in Bürogebäuden
Berichte zur Sicherheitstheorie der Bauwerke,
Heft 6, München 1976

/43/ Knappe, O.W.: Monte Carlo Simulation
Berichte zur Zuverlässigkeitstheorie der Bauwerke,
Heft 26, München 1978

/44/ Gallaher, L.J.: An Adaptive Quadrature
Procedure with Random Panel Size,
Communications of the ACM, Vol. 10, 1967

/45/ Gallaher, L.J.: A Multidimensional Monte Carlo
Quadrature with Adaptive Stratified Sampling.
Communications of the ACM, Vol. 16, 1973

/46/ Kaltofen, V.: Probabilistische Sicherheitsanalyse
von Bauwerken unter außergewöhnlichen Belastungen
Technisch-wissenschaftliche Mitteilungen des Instituts
für Konstruktiven Ingenieurbau der Ruhr-Universität
Bochum Nr. 81-4, 1981

/47/ Davenport, A.G.: The Response of a Slender Line-like
Structure to a Gusty Wind.
Proc. of the Institution of Civil Eng. Vol. 23, 1962

/48/ Panggabean, H.: Schwingungsverhalten von turmartigen
Tragwerken unter aerodynamischer Belastung.
Beiträge zur Anwendung der Aeroelastik im Bauwesen,
Heft 10, München 1978

/49/ Keulegan, G.H., Carpenter, L.: Forces on Cylinder and Plates in an Oscillating Fluid.
Journal of Research on the National Bureau of Standards, Vol. 90, Nr. 5, May 1958

/50/ Vickery, B.J., Davenport, A.G.: Comparison of the Theoretical and Experimental Determination of the Response to Elastic Structures.
Proc. of the Intern. Conference on Wind Effects on Building and Structures, Toronto 1968

/51/ Vickery, B.J. and Kao, K.H.: Drag or Along-Wind Response of Slender Structures.
Journal of the Structr. Div. Proceedings ASCE, Vol. 98, Jan. 1972

/52/ Surry, D.: Some Effects of Intense Turbulence on the Aerodynamic of a Circular Cylinder at Subcritical Reynolds Number.
Journal of Fluid Mechanic, Vol. 52, 1972

/53/ Smart, H.R., Stevenson, L.K. and Joubert, P.N.: Dynamic Structural Response to Natural Wind.
Proc. Wind Effects on Buildings and Structures, Toronto 1969

/54/ Lehmkämper, O.: Versteifte Kühlturmschalen aus Stahlbeton
Technisch-wissenschaftliche Mitteilungen des Instituts für Konstruktiven Ingenieurbau der Ruhr-Universität Bochum, Nr. 78-6, Juli 1978

/55/ Schaub, H.-J.: Die Ermittlung der Eigenfrequenzen und Eigenformen turmartiger Bauwerke mit Hilfe finiter Ringelemente-Parameterstudien, unveröffentlicht, Bochum 1978

/56/ Schrader, K.-H.: Die Deformationsmethode als Grundlage einer problemorientierten Sprache
Bibliographisches Institut, Mannheim, Zürich 1969

/57/ Przemieniecki, J.S.: Theory of Matrix Structural Analysis
Mc GrawHill, New York 1968

/58/ Robson, J.D.: An Introduction to Random Vibration
Edinburgh University, Edinburgh 1964

/59/ Schuëller, G.I.: Zuverlässigkeitsorientierte Bemessung turmartiger Tragwerke-Theoretisches Konzept - Neuere Erkenntnisse über Schwingungen von Bauwerken im Wind. Haus der Technik, Essen, Vortragsveröffentlichungen, Heft 347, 1976

/60/ Lewandowski, R.: Beurteilung von Bauwerksfestigkeiten anhand von Betongütewürfeln und -bohrproben.
Schriftenreihe der Institute für Konstruktiven Ingenieurbau der Technischen Universität Braunschweig, Heft 3, Werner-Verlag, Düsseldorf 1971

/61/ DIN 18201 Maßtoleranzen im Bauwesen, Begriffe, Grundsätze, Anwendung, Prüfung, Ausgabe Juni 1974

/62/ DIN 18202, Bl. 4, Maßtoleranzen im Hochbau, Zulässige Abmaße für Bauwerksabmessungen, Ausgabe Juni 1974

/63/ DIN 18203, Bl. 1, Maßtoleranzen im Hochbau, Zulässige Abmaße für Bauteile, Fertigteile aus Beton und Stahlbeton, Stützen, Wandtafeln und Fassadenplatten, Decken- und Dachplatten, Binder, Pfetten, Unterzüge,
Ausgabe Juni 1974

/64/ CEB/FIP Mustervorschrift, Band I: Einheitliche Regeln für verschiedene Bauarten und Baustoffe. CEB-Bulletin d' Information, No. 116 - D, Paris 1976

/65/ CEB/FIB-Mustervorschrift, Band II: Für Tragwerke aus Stahlbeton und Spannbeton. 3. Ausgabe 1978, Deutsche Fassung

/66/ Maaß, G.: Statistische Untersuchungen von geometrischen Abweichungen an ausgeführten Stahlbetonbauteilen Teil II: Meßergebnisse geometrischer Abweichungen bei Stützen, Wänden, Balken, Decken des Stahlbetonhochbaus Berichte zur Zuverlässigkeitstheorie der Bauwerke, Heft 28, München 1978

/67/ DIN 488, Betonstahl Ausgabe April 1972

/68/ DIN 1045. Beton und Stahlbeton, Bemessungen und Ausführung, Ausgabe Dezember 1978

/69/ DIN 1056. Freistehende Schornsteine in Massivbauart. Ausgabe August 1969

/70/ DIN 1056, Entwurf Juni 1978 Freistehende Schornsteine in Massivbauart, Berechnung und Ausführung

/71/ Hosser, D.: Tragfähigkeit und Zuverlässigkeit von Stahlbetondruckgliedern Mitteilungen aus dem Institut für Massivbau der TH Darmstadt, Heft 28, Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin, München, Düsseldorf, 1978

/72/ Pottharst, R.: Zur Wahl eines einheitlichen Sicherheitskonzepts für den Konstruktiven Ingenieurbau
Mitteilungen aus dem Institut für Massivbau der TH Darmstadt, Heft 22, Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin, München, Düsseldorf, 1977

/73/ König, G. und Heunisch, M.: Zur statistischen Sicherheitstheorie im Stahlbetonbau,
Mitteilungen aus dem Institut für Massivbau der TH Darmstadt, Heft 16, Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin, München, Düsseldorf, 1972

/74/ Mörsch, E.: Eisenbetonbau, Bd. II
Verlag Konrad Wittwer, Stuttgart

/75/ Burlisch, R. und Stoer, J.: Numerische Quadratur durch Extrapolation
Numerische Mathematik 9 (1967)

/76/ Rüsch, H. und Rackwitz, R.: Die Bedeutung des Begriffs der Versagenswahrscheinlichkeit in der Sicherheitstheorie für Bauwerke

/77/ Messerschmidt-Bölkow-Blohm (Herausgeber):
Technische Zuverlässigkeit
Springer Verlag, Berlin 1977

/78/ Störmer, H.: Mathematische Theorie der Zuverlässigkeit
R. Oldenbourg, München 1970

/79/ Meinhold, J. und Gaede, K.-W.: Ingenieur-Statistik
R. Oldenbourg, München-Wien 1968

/80/ Sachs, L.: Angewandte Statistik
Springer Verlag, Berlin-Heidelberg-New York 1973

/81/ Fisz, M.: Wahrscheinlichkeitsrechnung und
mathematische Statistik
VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1970

/82/ Maaß, G., Müller, K.F., Rackwitz, R.: Zur Auto-
Korrelationsstruktur der Festigkeit von Beton
im Bauwerk.
Berichte zur Sicherheitstheorie der Bauwerke,
Heft 13, München 1976

/83/ Stoffregen, U. und Dorn, A.: Konstruktion und Ausführung
eines 275 m hohen Industrie-Schornsteins
Beton- und Stahlbetonbau 7/1975, S. 165

/84/ DIN 1055, Bl. 4, Lastannahmen für Bauten;
Verkehrslasten-Windlasten nicht schwingungsanfälliger
Bauwerke. Ausgabe Mai 1977

/85/ Lenk, H.: Über die Windschwingungen des Stuttgarter
Fernsehturms
Die Bautechnik 43 (1966)

/86/ Hampe, E.: Industrieschornsteine
VEB Verlag für Bauwesen, Berlin 1969

/87/ Niemann, H.-J.:
1. Statische und dynamische Windwirkungen - ein Überblick
2. Ein Windlastkonzept für Naturzugkühltürme
3. Eine Risikoanalyse für windbeanspruchte Naturzug-
kühltürme
Kühlturm-Symposium 1977
Konstruktiver Ingenieurbau-Berichte, Heft 29/30
Vulkan-Verlag, Essen

/88/ Krätzig, W.B.: Derzeitiger Stand des Sicherheitskonzepts von Naturzugkühltürmen.
Kühlturm-Symposium 1977
Konstruktiver Ingenieurbau-Berichte, Heft 29/30
Vulkan-Verlag, Essen

/89/ Niemann, H.-J., Peters, H.L., Zerna, W.:
Naturzugkühltürme im Wind
Beton- und Stahlbetonbau 67 (1972).

/90/ J.H. Wilkinson, C. Reinsch: Linear Algebra
Springer Verlag Berlin, Göttingen, Heidelberg 1971

L e b e n s l a u f

Geboren:	19.6.1950	in Wuppertal
Schulen:	1956 - 1960	Volksschule Germanenstraße in Wuppertal
	1960 - 1968	Carl-Duisberg-Gymnasium in Wuppertal
	28.5.1968	Reifezeugnis
Studium:	1968 - 1973	Ruhr-Universität Bochum Fachrichtung Konstruktiver Ingenieurbau
	26.3.1973	Diplomzeugnis
Berufliche Tätigkeit:	14.5.1973 - 30.9.1974	Hochtief AG, Essen Abt. Konstruktiver Ingenieurbau
	1.10.1974 - 30.6.1981	Wissenschaftlicher Assistent am Institut für Konstruktiven Ingenieurbau I, Ruhr-Universität Bochum
	seit 1.7.1981	Ingenieurgesellschaft für Bautechnik Zerna, Schultz & Partner in Bochum